OBVOD KRUZNICE

8.4 Vypočtěte délku kružnice k a obsah kruhu K, který je touto kružnicí určen, je-li tato kružnice:

a) vepsána čtverci o straně $a = \sqrt{6}$ cm
b) opsána čtverci o straně $a = \sqrt{2}$ cm
c) opsána obdélníku o stranách $a = 8$ cm, $b = 6$ cm
d) vepsána kosočtverci s výškou $v = 4$ cm
e) vepsána rovnostrannému trojúhelníku, jehož obsah je $\sqrt{3}$ cm²

Nápověda 261 Výsledek 308

8.5 Vypočtěte délku kružnice, jestliže:

a) její poloměr je o 1 cm větší než poloměr kružnice délky 10π cm
b) její délka je o 1 cm větší než délka kružnice o poloměru 5 cm

d) má poloměr v poměru 6 : 5 k poloměru kružnice délky $\sqrt{5}\pi$ cm
e) její poloměr se rovná délce kružnice o poloměru 6 cm

Nápověda 261 Výsledek 308

Nápověda

8.4 K výpočtu potřebujeme zjistit pouze poloměr kružnice. V **a)** a **b)** ho zjistíme stejně jako v 8.2. V **c)** použijeme Pythagorovu větu, protože úhlopříčka obdélníku je průměrem kružnice. V **d)** si nakresleme obrázek. V **e)** si uvědomme, že střed kružnice vepsané rovnostrannému trojúhelníku je shodný s těžištěm.

8.5 Ve všech úlohách je možno nejdříve pracovat obecně, vyjádřit závislost hledané veličiny na veličině zadané a pak teprve dosadit. Jinak můžeme postupovat takto: **a)** Z délky kružnice vypočítáme pomocí vzorce poloměr, ten zvětšíme o 1 cm a vypočítáme délku nové kružnice. **b)** Z poloměru vypočítáme délku kružnice a zvětšíme ji o 1 cm. **c)** Z obsahu kruhu vypočítáme poloměr a pomocí poloměru délku kružnice. **d)** Z délky kružnice vyjádříme poloměr, zvětšíme jej v zadaném poměru a vypočítáme novou délku. **e)** Vypočítáme délku kružnice ze zadaného poloměru, nový poloměr je roven této délce, vypočítáme novou délku.

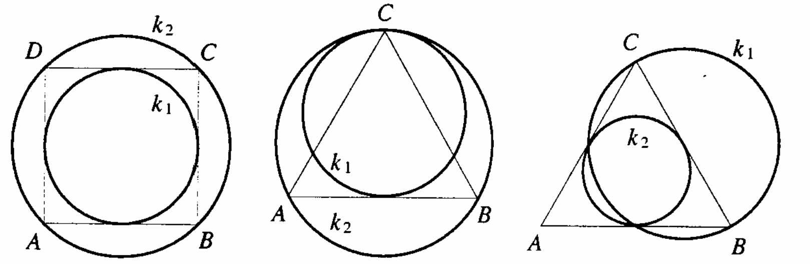
Výsledky

▲ **8.4 a)** $o = \pi\sqrt{6}$ cm $\doteq 7{,}69$ cm, $S = 1{,}5\pi$ cm² $\doteq 4{,}71$ cm; **b)** $o = 2\pi$ cm $\doteq 6{,}28$ cm, $S = \pi$ cm² $\doteq 3{,}14$ cm²; **c)** $o = 10\pi$ cm $\doteq 31{,}4$ cm, $S = 25\pi$ cm² $\doteq 78{,}5$ cm²; **d)** $o = 4\pi$ cm $\doteq 12{,}56$ cm, $S = 4\pi$ cm² $\doteq 12{,}56$ cm²; **e)** $o = \pi\frac{2}{3}\sqrt{3}$ cm $\doteq 3{,}62$ cm, $S = \frac{1}{3}\pi$ cm² $\doteq 1{,}05$ cm². ▲ **8.5** Hodnoty jsou v cm: **a)** $12\pi \doteq 37{,}68$; **b)** $(1 + 10\pi) \doteq 32{,}4$; **c)** $12\pi \doteq 37{,}68$; **d)** $\frac{6}{5}\sqrt{5}\pi \doteq 8{,}44$; **e)** $24\pi^2 \doteq 236{,}64$.

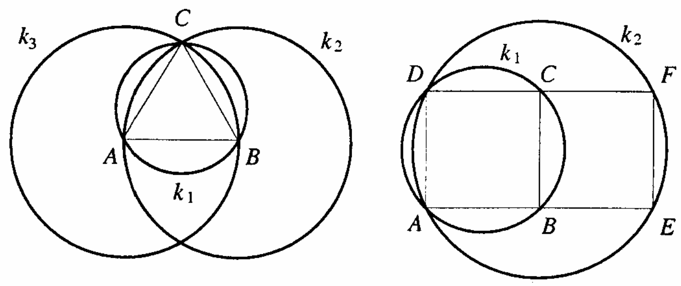
8.10 Vypočtěte délku kružnice k_2 na obrázcích 1.54a až e, jestliže platí:

a) délka kružnice k_1 je 5π cm a $ABCD$ je čtverec
b) délka kružnice k_1 je 8π cm a ABC je rovnostranný trojúhelník
c) délka kružnice k_1 je 6π cm, BC je její průměr, ABC je rovnostranný trojúhelník
d) délka kružnice k_1 je $\pi \cdot 2\sqrt{3}$ cm, bod A je střed kružnice k_3, B je střed kružnice k_2
e) délka kružnice k_1 je $\pi \cdot \sqrt{10}$ cm a $ABCD$ i $BEFC$ jsou čtverce

Nápověda 262 Výsledek 309



Obr. 1.54a Obr. 1.54b Obr. 1.54c



Obr. 1.54d Obr. 1.54e

8.10/a $o(k_1) = 5\pi$ cm

$o_1 = \pi \cdot d_1$

$d_1 = \frac{o}{\pi}$

$d_1 = \frac{5\pi}{\pi} = 5$ cm

délka strany čtverce $a = d = 5$ cm

úhlopříčka čtverce ⇒ ... PYTH. VĚTA ⇒ $u = \sqrt{50} = \sqrt{2}\cdot 5$

průměr k_2 je stejně velký jako úhlopříčka čtverce

$d_2 = u$

$o_2 = \pi \cdot d_2 = \pi \cdot \sqrt{2} \cdot 5$ cm

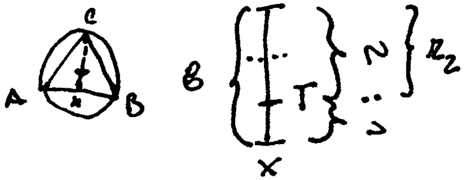
$o_2 \doteq 22{,}2$ cm

8.11/b $o_1 = 8\pi$ cm

$d_1 = |\text{výška v } \triangle ABC|$

$d_1 = \frac{o}{\pi} = \frac{8\pi}{\pi} = 8 = v$

v $\triangle ABC$ se výšky a těžnice kryjí, střed k_2 je v těžišti. Těžiště dělí těžnici v poměru 2:1



8: $\frac{2}{3}$ z 8 ⇒ $\frac{16}{3}$; $\frac{1}{3}$ z 8 ⇒ $\frac{8}{3}$

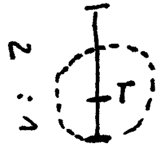
$o_2 = 2\pi r_2 = 2\pi \cdot \frac{16}{3} = \frac{32}{3}\pi$ cm $\doteq 33{,}49$ cm

8.10.c) $o_1 = 6\pi$

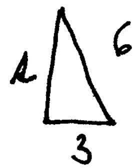
$d_1 = \frac{o_1}{\pi} = \frac{6\pi}{\pi} = 6$ cm

~~[illegible]~~ Střed kružnice opsané je opět v těžišti

poloměr kružnice k_2 je $\frac{1}{3}|\text{těžnice}|$



Velikost těžnice



$t = \sqrt{6^2 - 3^2}$

$t = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

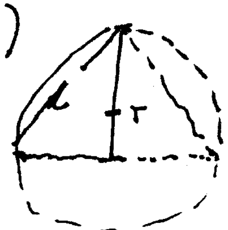
$r_2 = \frac{1}{3}t = \frac{t}{3} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$ cm

$o_2 = 2\pi r_2 = 2\pi\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\pi \doteq 10{,}86$ cm

8.10 d) $o_1 = \pi 2\sqrt{3}$ cm

$o_1 = 2\pi r_1$ $r_1 = \frac{o_1}{2\pi} = \frac{\pi 2\sqrt{3}}{2\pi} = \sqrt{3}$

$r_1 = \left(\frac{2}{3}t\right)$

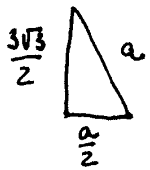


$\frac{2}{3}t = \sqrt{3}$ /·3

$2t = 3\sqrt{3}$ /:2

$t = \frac{3}{2}\sqrt{3}$

Poloměry r_2, r_3 jsou velké jako strana △



$a^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$a^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{27}{4}$ /·4

$4a^2 = a^2 + 27$

$3a^2 = 27$ /:3

$a^2 = 9$

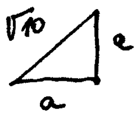
$a = \sqrt{9} = 3$

$a = r_2 = r_3$

$o_2 = o_3 = 2\pi r = 2\pi 3 = 6\pi$ cm $\doteq 18{,}84$ cm

8.10/e $\quad o_1 = \sqrt{10}\pi$ cm

$d_1 = u(ABCD)$ $\quad d_1 = \frac{o}{\pi} = \frac{\sqrt{10}\pi}{\pi} = \sqrt{10}$ cm

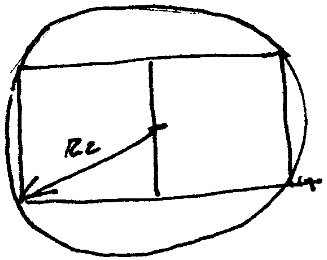


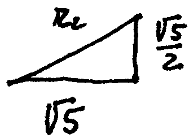
$a^2 + a^2 = (\sqrt{10})^2$

$2a^2 = 10 \quad /:2$

$a^2 = 5$

$a = \sqrt{5}$





$R_2^2 = (\sqrt{5})^2 + \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2$

$R_2^2 = 5 + \frac{5}{4}$

$R_2^2 = \frac{25}{4}$

$R_2 = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$ cm

$o_2 = 2\pi r$

$o_2 = 2\pi \cdot \frac{5}{2}$

$o_2 = 5\pi$ cm $\doteq \underline{15{,}7 \text{ cm}}$