

Pr 1: Určete mřížkovou konstantu zlata je-li $\rho(\text{Au}) = 19290 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ a $A_r(\text{Au}) = 197$

Metoda I:

$$\rho(\text{Au}) = 19290 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \quad \left\{ \begin{array}{l} V = 1 \text{ m}^3 \\ m = 19290 \text{ kg} \end{array} \right.$$

$$A_r(\text{Au}) = 197 \Rightarrow M_m(\text{Au}) = 0,197 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

a) kolik molů zlata je obsaženo v krychli o objemu 1 m^3 ?

$$n = \frac{m}{M_m}$$

b) kolik je to celkem atomů

$$N = n \cdot N_A = \frac{m}{M_m} \cdot N_A$$

c) V krychli je pravidelně uspořádáno N atomů. Kolik jich je v jedné řadě?

$$N_{1R} = \sqrt[3]{N} = \sqrt[3]{\frac{m N_A}{M_m}}$$

d) Hrana má N_{1R} atomů a měří 1 m . Jaká je vzdálenost mezi dvěma atomy?

$$l_a = \frac{1}{N_{1R}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{m N_A}{M_m}}} = \sqrt[3]{\frac{M_m}{m \cdot N_A}}$$

$$\{l_a\} = \sqrt[3]{\frac{0,197}{19290 \cdot 6,023 \cdot 10^{23}}}$$

$$l_a = 2,6 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$



Pr 2 Urči hustotu kyslíku O_2 je-li

$A_r(\text{O}) = 16$ a molární objem je $22,7 \text{ l} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$M_r(\text{O}_2) = 2 \cdot A_r(\text{O}) = 32 \quad V_m = 0,0227 \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$$

$\rho(\text{O}_2) = ?$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{n \cdot M_r}{n \cdot V_m} = \frac{M_r \cdot m_u \cdot N_A}{V_m}$$

$$\{\rho\} = \frac{32 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot 6,023 \cdot 10^{23}}{0,0227}$$

$$\underline{\rho} = \underline{1,4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}}$$

METODA I.

$$M_r(\text{O}_2) = 32 \Rightarrow M_m = 0,032 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

1 mol O_2 váží $0,032 \text{ kg}$ a má

$$V_m = 0,0227 \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1} \quad \text{objem } 0,0227 \text{ m}^3$$

Pro 1 mol plynu platí $m = 0,032 \text{ kg}$

$$V = 0,0227 \text{ m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \{\rho\} = \frac{0,032}{0,0227} \quad \rho = 1,41 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

METODA II.

Pr 3 Učinite molarni objem zlata
je-li $\rho(\text{Au}) = 19290 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ a $A_r(\text{Au}) = 197$

Metoda I

$$\rho(\text{Au}) = 19290 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \quad \left\{ \begin{array}{l} V = 1 \text{ m}^3 \\ m = 19290 \text{ kg} \end{array} \right.$$

$$A_r(\text{Au}) = 197 \Rightarrow M_m(\text{Au}) = 0,197 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

① Kolik molu je 1 m^3 zlata?

$$n = \frac{m}{M_m}$$

② V 1 m^3 zlata je n molu
jakimuu objemu odpozida 1 mol

$$V_m = \frac{V}{n} = \frac{V}{\frac{m}{M_m}} = \frac{V M_m}{m}$$

$$\{V_m\} = \frac{1 \cdot 0,197}{19290}$$

$$\underline{V_m} = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1} = \underline{10 \text{ cm}^3 \cdot \text{mol}^{-1}}$$

Metoda II

$$V_m = \frac{V}{n} = \frac{\frac{m}{\rho}}{\frac{m}{M_m}} = \frac{m}{\rho M_m} = \frac{M_m}{\rho} =$$

$$\frac{M_m}{\rho} = \frac{A_r \cdot m_u \cdot N_A}{\rho}$$

* hmotnost 1 atomu

$$V_m = \frac{A_r \cdot m_u \cdot N_A}{\rho}$$

$$\{V_m\} = \frac{197 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot 6,023 \cdot 10^{23}}{19290}$$

$$\underline{V_m} = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1} = \underline{10 \text{ cm}^3 \cdot \text{mol}^{-1}}$$

2.1 ZÁKLADNÍ POZNATKY MOLEKULOVÉ FYZIKY A TERMODYNAMIKY

Relativní atomová hmotnost A_r je definovaná vztahem

$$A_r = \frac{m_a}{m_u},$$

kde m_a je klidová hmotnost atomu a m_u atomová hmotnostní konstanta, definovaná jako $\frac{1}{12}$ klidové hmotnosti atomu nuklidu uhlíku $^{12}_6\text{C}$; $m_u \doteq 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg.

Relativní molekulová hmotnost M_r je definovaná vztahem

$$M_r = \frac{m_m}{m_u},$$

kde m_m je klidová hmotnost molekuly.

Obsahuje-li těleso z dané látky N částic, je látkové množství n tohoto tělesa dáno vztahem

$$n = \frac{N}{N_A},$$

kde $N_A \doteq 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ je Avogadrova konstanta. Jednotkou látkového množství je 1 mol. Mol je látkové množství soustavy, která obsahuje právě tolik částic (např. atomů, iontů, molekul), kolik je atomů v nuklidu uhlíku $^{12}_6\text{C}$ o hmotnosti 12 g. Počet částic v tělese o látkovém množství 1 mol udává číselná hodnota Avogadrovy konstanty.

Molární hmotnost M_m je definovaná vztahem

$$M_m = \frac{m}{n},$$

kde m je hmotnost tělesa z chemicky stejnorodé látky a n odpovídající látkové množství. Molární hmotnost M_m můžeme určit také pomocí vztahu

$$M_m = M_r \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

Molární objem V_m tělesa z chemicky stejnorodé látky za daných fyzikálních podmínek definujeme vztahem

$$V_m = \frac{V}{n},$$

kde V je objem tělesa za daných fyzikálních podmínek a n odpovídající látkové množství.

Celsiova teplota t je definovaná vztahem

$$t = (\{T\} - 273,15) \text{ } ^\circ\text{C},$$

kde T je odpovídající termodynamická teplota. Převádíme-li Celsiovu teplotu na termodynamickou teplotu, používáme vztah

$$T = (\{t\} + 273,15) \text{ K}.$$

Při přibližných výpočtech používáme jednodušší převod mezi teplotami t a T :

$$t \doteq (\{T\} - 273) \text{ } ^\circ\text{C}, \quad T \doteq (\{t\} + 273) \text{ K}$$

ÚLOHY

Úloha 1

Vypočtete hmotnost a) atomu vodíku, b) atomu hliníku, c) atomu rtuti. Relativní atomové hmotnosti těchto prvků jsou $A_r(\text{H}) \doteq 1,008$, $A_r(\text{Al}) \doteq 26,98$, $A_r(\text{Hg}) \doteq 200,6$. Atomová hmotnostní konstanta $m_u \doteq 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg.

Řešení

$A_r(\text{H}) \doteq 1,008$, $A_r(\text{Al}) \doteq 26,98$, $A_r(\text{Hg}) \doteq 200,6$, $m_u \doteq 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg;
 $m_a(\text{X}) = ?$

Relativní atomová hmotnost A_r je definovaná vztahem $A_r = m_a/m_u$, kde m_a je hmotnost atomu a m_u atomová hmotnostní konstanta. Pro hmotnost atomu pak platí

$$m_a = A_r \cdot m_u.$$

Pro dané prvky postupně dostáváme

$$m_a(\text{H}) = A_r(\text{H}) \cdot m_u \doteq 1,008 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \doteq 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg},$$

$$m_a(\text{Al}) = A_r(\text{Al}) \cdot m_u \doteq 26,98 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \doteq 4,48 \cdot 10^{-26} \text{ kg},$$

$$m_a(\text{Hg}) = A_r(\text{Hg}) \cdot m_u \doteq 200,6 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \doteq 3,33 \cdot 10^{-25} \text{ kg}.$$

Hmotnosti atomů daných prvků jsou $1,67 \cdot 10^{-27}$ kg (H), $4,48 \cdot 10^{-26}$ kg (Al) a $3,33 \cdot 10^{-25}$ kg (Hg).

Úloha 2

Určete relativní molekulovou hmotnost vodíku H_2 , kyslíku O_2 , oxidu uhličitého CO_2 a kyseliny sírové H_2SO_4 . Jaké jsou hmotnosti molekul těchto látek? Relativní atomové hmotnosti prvků, z nichž se tyto látky skládají, jsou $A_r(H) \doteq 1$, $A_r(O) \doteq 16$, $A_r(C) \doteq 12$, $A_r(S) \doteq 32,1$. Atomová hmotnostní konstanta $m_u \doteq 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg.

Řešení

$$A_r(H) \doteq 1, A_r(O) \doteq 16, A_r(C) \doteq 12, A_r(S) \doteq 32,1, m_u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg};$$

$$M_r(X) = ?, m_m(X) = ?$$

Pro relativní molekulové hmotnosti daných látek platí

$$M_r(H_2) \doteq 2 \cdot 1 = 2,$$

$$M_r(O_2) \doteq 2 \cdot 16 = 32,$$

$$M_r(CO_2) \doteq 12 + 2 \cdot 16 = 44,$$

$$M_r(H_2SO_4) \doteq 2 \cdot 1 + 32,1 + 4 \cdot 16 = 98,1.$$

Hmotnosti molekul m_m daných látek vypočteme ze vztahu

$$M_r = \frac{m_m}{m_u}, \text{ odkud } m_m = M_r \cdot m_u.$$

Hmotnosti molekul daných látek jsou proto

$$m_m(H_2) = M_r(H_2) \cdot m_u \doteq 2 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 3,32 \cdot 10^{-27} \text{ kg},$$

$$m_m(O_2) = M_r(O_2) \cdot m_u \doteq 32 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 5,31 \cdot 10^{-26} \text{ kg},$$

$$m_m(CO_2) = M_r(CO_2) \cdot m_u \doteq 44 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 7,30 \cdot 10^{-26} \text{ kg},$$

$$m_m(H_2SO_4) = M_r(H_2SO_4) \cdot m_u \doteq 98,1 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1,63 \cdot 10^{-25} \text{ kg}.$$

Úloha 3

Je hmotnost molekuly kyseliny dusičné HNO_3 větší než hmotnost molekuly oxidu stříbrného Ag_2O ? Relativní atomové hmotnosti prvků, ze kterých se obě látky skládají, jsou $A_r(H) \doteq 1$, $A_r(N) \doteq 14$, $A_r(O) \doteq 16$, $A_r(Ag) \doteq 107,9$.

Řešení

$$A_r(H) \doteq 1, A_r(N) \doteq 14, A_r(O) \doteq 16, A_r(Ag) \doteq 107,9; \frac{m_m(HNO_3)}{m_m(Ag_2O)} = ?$$

Relativní molekulové hmotnosti látek jsou

$$M_r(HNO_3) \doteq 1 + 14 + 3 \cdot 16 \doteq 63,0,$$

$$M_r(Ag_2O) \doteq 2 \cdot 107,9 + 16 \doteq 231,8.$$

Pro poměr hmotností molekul obou látek pak platí

$$\frac{m_m(HNO_3)}{m_m(Ag_2O)} = \frac{M_r(HNO_3) \cdot m_u}{M_r(Ag_2O) \cdot m_u} = \frac{M_r(HNO_3)}{M_r(Ag_2O)} = \frac{63,0}{231,8} < 1.$$

Hmotnost molekuly kyseliny dusičné HNO_3 je menší než hmotnost molekuly oxidu stříbrného Ag_2O .

Úloha 4

Vypočítejte, jaké látkové množství představuje $18 \cdot 10^{23}$ molekul vodíku. Jaké látkové množství představuje stejný počet molekul kyslíku? Avogadrova konstanta je přibližně $6 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Řešení

$$N = 18 \cdot 10^{23}, N_A \doteq 6 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}; n = ?$$

Z definice látkového množství n dostáváme

$$n = \frac{N}{N_A} \doteq \frac{18 \cdot 10^{23}}{6 \cdot 10^{23}} \text{ mol} = 3 \text{ mol}.$$

Z definice látkového množství také vyplývá, že stejný počet molekul kyslíku představuje stejné látkové množství 3 mol.

Daný počet molekul vodíku a kyslíku představuje stejné látkové množství 3 mol.

Úloha 5

Určete molární hmotnost uhličitanu vápenatého $CaCO_3$. Relativní atomové hmotnosti prvků, z nichž se tato látka skládá, jsou $A_r(Ca) \doteq 40$, $A_r(C) \doteq 12$ a $A_r(O) \doteq 16$.

Řešení

$$A_r(Ca) \doteq 40, A_r(C) \doteq 12, A_r(O) \doteq 16; M_m = ?$$

Relativní molekulová hmotnost uhličitanu vápenatého je

$$M_r(CaCO_3) \doteq 40 + 12 + 3 \cdot 16 = 100.$$

Molární hmotnost této sloučeniny je pak

$$M_m(\text{CaCO}_3) = M_r \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} \doteq \\ \doteq 100 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} = 0,1 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

Molární hmotnost uhličitanu vápenatého je $0,1 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Úloha 6

Vypočítejte molární hmotnost a molární objem zlata, jestliže jeho hustota za dané teploty a tlaku je $19\,290 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ a relativní atomová hmotnost 197.

Řešení

$$\underline{\rho = 19\,290 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}, A_r = 197; M_m = ?, V_m = ?}$$

Poněvadž zlato je složeno z atomů ($M_r = A_r$), platí

$$M_m = A_r \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} = 197 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

Z definice molárního objemu $V_m = V/n$, hustoty $\rho = m/V$ a molární hmotnosti $M_m = m/n$ pak dostáváme

$$V_m = \frac{V}{n} = \frac{\frac{m}{\rho}}{\frac{m}{M_m}} = \frac{M_m}{\rho}.$$

$$\text{Číselně } V_m = \frac{197 \cdot 10^{-3}}{19\,290} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1} \doteq 1,02 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}.$$

Molární hmotnost zlata je $197 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$ a jeho molární objem $1,02 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$.

 *Poznámka*

Názornější představu o molární hmotnosti a molárním objemu zlata získáme, jestliže je vyjádříme v jednotkách $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ a $\text{cm}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$:

$$M_m = 197 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} = 197 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = 197 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$V_m = 1,02 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1} = 1,02 \cdot 10^{-5} \cdot 10^6 \text{ cm}^3 \cdot \text{mol}^{-1} = 10,2 \text{ cm}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$$

Úloha 7

Určete látkové množství měděného tělesa o hmotnosti 32 g. Relativní atomová hmotnost mědi je 63,54.

Řešení

$$\underline{m = 32 \cdot 10^{-3} \text{ kg}, A_r = 63,54, M_m = 63,54 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}; n = ?}$$

Z definice molární hmotnosti $M_m = m/n$ dostáváme

$$n = \frac{m}{M_m}.$$

$$\text{Číselně } n = \frac{32 \cdot 10^{-3}}{63,54 \cdot 10^{-3}} \text{ mol} \doteq 0,5 \text{ mol}.$$

Látkové množství měděného tělesa je 0,5 mol.

Úloha 8

Jakou hmotnost má síra S, je-li její látkové množství 0,25 mol? Relativní atomová hmotnost síry je 32.

Řešení

$$\underline{n = 0,25 \text{ mol}, A_r(\text{S}) \doteq 32, M_m \doteq 32 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}; m = ?}$$

Ze vztahu $M_m = m/n$ dostáváme

$$m = nM_m.$$

$$\text{Číselně } m = 0,25 \cdot 32 \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 8 \text{ g}.$$

Hmotnost síry o látkovém množství 0,25 mol je 8 g.

Úloha 9

Určete hmotnost atomu uhlíku a) pomocí relativní atomové hmotnosti, b) pomocí Avogadrovy konstanty. Relativní atomová hmotnost uhlíku je 12, atomová hmotnostní konstanta $1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ a Avogadrova konstanta $6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Řešení

$$A_r(\text{C}) \doteq 12, M_m(\text{C}) \doteq 12 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}, m_u \doteq 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg},$$

$$N_A \doteq 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}; m_a(\text{C}) = ?$$

a) Z definice relativní atomové hmotnosti $A_r(\text{C}) = m_a(\text{C})/m_u$ dostáváme

$$m_a(\text{C}) = A_r(\text{C}) \cdot m_u = 12 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \doteq 1,99 \cdot 10^{-26} \text{ kg}.$$

b) Poněvadž číselná hodnota Avogadrovy konstanty určuje počet atomů nebo molekul v látce o látkovém množství 1 mol, připadá na jeden atom uhlíku hmotnost

$$m_a(\text{C}) = \frac{M_m(\text{C})}{N_A} = \frac{12 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} \text{ kg} \doteq 1,99 \cdot 10^{-26} \text{ kg}.$$

Jednotková zkouška

$$[m_a(\text{C})] = \frac{\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}}{\text{mol}^{-1}} = \text{kg}.$$

Atom uhlíku má hmotnost $1,99 \cdot 10^{-26}$ kg.

Úloha 10

Můžeme nalít do odměrného válce o objemu 10 cm^3 vodu o látkovém množství 1 mol? Hustota vody je $10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, relativní atomová hmotnost vodíku je 1, kyslíku 16.

Řešení

$$V = 10 \text{ cm}^3, n = 1 \text{ mol}, A_r(\text{H}) = 1, A_r(\text{O}) = 16, \rho = 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}; V_m = ?$$

Molární hmotnost vody je

$$\begin{aligned} M_m &= M_r \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} = \\ &= (2 \cdot 1 + 16) \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} = 18 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}. \end{aligned}$$

Pro molární objem vody pak platí (viz úlohu č. 6)

$$\begin{aligned} V_m &= \frac{M_m}{\rho}. \\ \text{Číselně } V_m &= \frac{18 \cdot 10^{-3}}{10^3} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1} = \\ &= 18 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1} = 18 \text{ cm}^3 \cdot \text{mol}^{-1}. \end{aligned}$$

Poněvadž voda o látkovém množství 1 mol zaujímá objem 18 cm^3 , nelze ji nalít do odměrného válce o objemu 10 cm^3 .

Úloha 11

V nádobě o objemu 2 l je kyslík O_2 o látkovém množství 0,2 mol. Určete jeho hustotu. Relativní atomová hmotnost kyslíku je 16.

Řešení

$$V = 2 \text{ l} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, n = 0,2 \text{ mol}, A_r = 16, M_m = 32 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}; \rho = ?$$

Z definice hustoty a molární hmotnosti dostáváme

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad m = \rho V, \quad M_m = \frac{m}{n}, \quad m = M_m n.$$

$$\text{Odtud } \rho V = M_m n, \quad \rho = \frac{M_m n}{V}.$$

$$\text{Číselně } \rho = \frac{32 \cdot 10^{-3} \cdot 0,2}{2 \cdot 10^{-3}} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} = 3,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}.$$

Hustota kyslíku za daných podmínek je $3,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Úloha 12

Vypočítejte, kolik molekul obsahuje voda o objemu 1 cm^3 . Za jakou dobu bychom vyčerpali tyto molekuly, kdybychom za každou 1 s odebrali 10^6 molekul? Hustota vody je $10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, atomová hmotnostní konstanta $1,66 \cdot 10^{-27}$ kg, relativní atomová hmotnost vodíku je 1, kyslíku 16.

Řešení

$$V = 10^{-6} \text{ m}^3, \rho = 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}, A_r(\text{H}) = 1, A_r(\text{O}) = 16, M_r(\text{H}_2\text{O}) = 2 + 16 = 18, m_u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}; N = ?$$

Hledaný počet molekul určíme ze vztahu $N = m/m_m$, kde $m = \rho V$ je hmotnost vody o objemu 1 cm^3 a $m_m = M_r(\text{H}_2\text{O}) \cdot m_u$ je hmotnost molekuly vody. Po dosazení dostáváme

$$\begin{aligned} N &= \frac{\rho V}{M_r(\text{H}_2\text{O}) \cdot m_u}. \\ \text{Číselně } N &= \frac{10^3 \cdot 10^{-6}}{18 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}} \doteq 3,3 \cdot 10^{22}. \end{aligned}$$

Doba, za kterou bychom odčerpali tyto molekuly, kdybychom za každou sekundu odebrali 10^6 molekul, je

$$t = \frac{3,3 \cdot 10^{22}}{10^6} \text{ s} = 3,3 \cdot 10^{16} \text{ s} = \frac{3,3 \cdot 10^{16}}{3,2 \cdot 10^7} \text{ r} \doteq 10^9 \text{ r}.$$

Ve vodě o objemu 1 cm^3 je přibližně $3,3 \cdot 10^{22}$ molekul. Kdybychom za každou sekundu odebrali 10^6 molekul, vyčerpali bychom všechny molekuly vody o objemu 1 cm^3 přibližně za 10^9 roků.

Poznámka

Úlohu lze vyřešit také druhým způsobem. Ze vztahu $n = N/N_A$, kde n je látkové množství a $N_A \doteq 6 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ Avogadrova konstanta, a z definičního vztahu pro molární hmotnost $M_m = m/n$ dostáváme

$$N = n N_A = \frac{m}{M_m} N_A = \frac{\rho V N_A}{M_m}.$$

Po dosazení číselných hodnot opět dostáváme

$$N = \frac{10^3 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{23}}{18 \cdot 10^{-3}} \doteq 3,3 \cdot 10^{22}.$$

Úloha 13

Ve které nádobě je větší počet atomů: v nádobě s vodou, nebo v nádobě se rtutí? Předpokládáme, že objem vody a rtuti je stejný. Relativní atomová hmotnost vodíku je 1, kyslíku 16, rtuti 200,6, hustota vody je $1\,000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a hustota rtuti $13\,600\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

Řešení

$A_r(\text{H}) = 1$, $A_r(\text{O}) = 16$, $M_r(\text{H}_2\text{O}) = 2 + 16 = 18$, $A_r(\text{Hg}) = 200,6$,
 $\rho_1 = 10^3\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $\rho_2 = 13\,600\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $N_1/N_2 = ?$

Počet molekul ve vodě o objemu V je

$$N = \frac{m}{m_m} = \frac{\rho_1 V}{M_r(\text{H}_2\text{O}) \cdot m_u}.$$

Poněvadž každá molekula vody se skládá ze tří atomů, je počet atomů ve vodě o objemu V

$$N_1 = 3N = \frac{3\rho_1 V}{M_r(\text{H}_2\text{O}) \cdot m_u}.$$

Počet atomů rtuti o stejném objemu V je

$$N_2 = \frac{\rho_2 V}{A_r(\text{Hg}) \cdot m_u}.$$

Pro hledaný poměr N_1/N_2 dostáváme

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\frac{3\rho_1 V}{M_r(\text{H}_2\text{O}) \cdot m_u}}{\frac{\rho_2 V}{A_r(\text{Hg}) \cdot m_u}} = \frac{3\rho_1 A_r(\text{Hg})}{\rho_2 M_r(\text{H}_2\text{O})}.$$

$$\text{Číselně } \frac{N_1}{N_2} = \frac{3 \cdot 10^3 \cdot 200,6}{13\,600 \cdot 18} \doteq 2,46 \doteq 2,5.$$

V nádobě s vodou je přibližně 2,5krát větší počet atomů než v nádobě se rtutí o stejném objemu.

Úloha 14

Odhadněte pomocí Avogadrovy konstanty průměr molekuly vody. Hustota vody je $10^3\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, relativní atomová hmotnost vodíku je přibližně 1, kyslíku 16. Přibližná hodnota Avogadrovy konstanty je $6,02 \cdot 10^{23}\text{ mol}^{-1}$.

Řešení

$\rho = 10^3\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, $A_r(\text{H}) \doteq 1$, $A_r(\text{O}) \doteq 16$, $N_A \doteq 6,02 \cdot 10^{23}\text{ mol}^{-1}$; $d = ?$

Voda má molární hmotnost

$$M_m(\text{H}_2\text{O}) = M_r \cdot 10^{-3}\text{ kg}\cdot\text{mol}^{-1} = (2 + 16) \cdot 10^{-3}\text{ kg}\cdot\text{mol}^{-1} = 18 \cdot 10^{-3}\text{ kg}\cdot\text{mol}^{-1}$$

a molární objem

$$V_m = \frac{M_m}{\rho}.$$

Počet molekul vody o látkovém množství 1 mol a molárním objemu V_m je určen Avogadrovou konstantou. Objem V_0 připadající na jednu molekulu vody dostaneme jako podíl molárního objemu V_m a Avogadrovy konstanty N_A

$$V_0 = \frac{V_m}{N_A} = \frac{M_m}{\rho N_A}.$$

Pro zjednodušení budeme předpokládat, že molekula vody o objemu V_0 má tvar krychle o hraně d . I když tento předpoklad není ve skutečnosti splněn, pro řádový odhad veličiny d je postačující. Dostáváme proto

$$d = \sqrt[3]{V_0} = \sqrt[3]{\frac{M_m}{\rho N_A}}.$$

$$\text{Číselně } d = \sqrt[3]{\frac{18 \cdot 10^{-3}}{10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}}\text{ m} \doteq 0,3 \cdot 10^{-9}\text{ m} = 0,3\text{ nm}.$$

Průměr molekuly vody je asi 0,3 nm.

Poznámka

Pro názornost můžeme ještě vypočítat, jak dlouhá by byla řada, která by vznikla těsným seřazením molekul obsažených v jednom molu vody za sebou. Poněvadž průměr molekuly vody je $d \doteq 0,3 \cdot 10^{-9}\text{ m}$ a počet molekul v jednom molu vody se rovná číselné hodnotě Avogadrovy konstanty $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$, dostáváme

$$l = \{N_A\} \cdot d \doteq 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 0,3 \cdot 10^{-9}\text{ m} = 1,8 \cdot 10^{14}\text{ m} = 1,8 \cdot 10^{11}\text{ km}.$$

Pro porovnání: střední vzdálenost Země od Slunce je přibližně $1,5 \cdot 10^8\text{ km}$.

Úloha 15

Do jezera, které má průměrnou hloubku 10 m a povrch o obsahu 10 km^2 , byl vhozen krystal kamenné soli NaCl o hmotnosti 0,01 g. Určete, kolik iontů chloru by obsahoval náprstek vody z tohoto jezera. Náprstek má objem 2 cm^3 . Předpokládejme, že sůl se v jezeře rozpustila rovnoměrně. Hustota vody je $10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, relativní atomová hmotnost sodíku je 23, chloru 35,4 a atomová hmotnostní konstanta $1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

Řešení

$h = 10 \text{ m}$, $S = 10^7 \text{ m}^2$, $m = 10^{-5} \text{ kg}$, $V_n = 2 \text{ cm}^3$, $m_n = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$,
 $\rho = 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $m_u \doteq 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $A_r(\text{Na}) \doteq 23$, $A_r(\text{Cl}) \doteq 35,4$,
 $M_r(\text{NaCl}) \doteq 23 + 35,4 = 58,4$; $N = ?$

Vzhledem k tomu, že sůl je ve vodě jezera rozpuštěna rovnoměrně, musí být poměr hmotností soli a vody v náprstku stejný jako v celém jezeře. Platí tedy

$$\frac{m_x}{m_n} = \frac{m}{M}$$

kde m_x je hmotnost soli v náprstku, m_n hmotnost vody v náprstku, m hmotnost soli v jezeře a M hmotnost vody v jezeře. Pro hmotnost soli v náprstku z předcházející rovnice vyplývá

$$m_x = \frac{m}{M} m_n = \frac{m m_n}{\rho V} = \frac{m m_n}{\rho h S} \quad (\text{a})$$

Hmotnost jedné molekuly NaCl můžeme vyjádřit vztahem

$$m(\text{NaCl}) = M_r(\text{NaCl}) m_u \quad (\text{b})$$

Pro počet molekul chloridu sodného NaCl v náprstku vody odebrané z jezera pak platí

$$N = \frac{m_x}{m(\text{NaCl})}$$

a po dosazení vztahů (a) a (b)

$$N = \frac{m m_n}{\rho h S M_r(\text{NaCl}) m_u}$$

$$\text{Číselně } N = \frac{10^{-5} \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{10^3 \cdot 10 \cdot 10^7 \cdot 58,4 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}} \doteq 2,1 \cdot 10^6$$

Náprstek vody odebrané z jezera obsahuje asi $2 \cdot 10^6$ iontů chloru.

Poznámky

1. Řešení úlohy ukazuje, že i nepatrné množství látky (např. krystal kamenné soli NaCl o hmotnosti 0,01 g) obsahuje obrovský počet částic.
2. Název „molekula NaCl“, který jsme použili při řešení úlohy, není zcela přesný, neboť krystal NaCl se neskládá z molekul, ale z iontů, které drží pohromadě přitažlivé elektrické síly.

Úloha 16

Vyjádřete teploty

- a) $120 \text{ }^\circ\text{C}$, $1150 \text{ }^\circ\text{C}$ a $-132,25 \text{ }^\circ\text{C}$ v kelvinech,
- b) 330 K , 1237 K a $32,23 \text{ K}$ ve $^\circ\text{C}$.

Řešení

- a) Podle vztahu $T = (\{t\} + 273,15) \text{ K}$ platí

$$T_1 \doteq (120 + 273) \text{ K} = 393 \text{ K},$$

$$T_2 \doteq (1150 + 273) \text{ K} = 1423 \text{ K},$$

$$T_3 \doteq (-132,25 + 273,15) \text{ K} = 140,90 \text{ K}.$$

- b) Ze vztahu $t = (\{T\} - 273,15) \text{ }^\circ\text{C}$ dostáváme

$$t_1 \doteq (330 - 273) \text{ }^\circ\text{C} = 57 \text{ }^\circ\text{C},$$

$$t_2 \doteq (1237 - 273) \text{ }^\circ\text{C} = 964 \text{ }^\circ\text{C},$$

$$t_3 \doteq (32,23 - 273,15) \text{ }^\circ\text{C} = -240,92 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Poznámka

Při přibližných výpočtech jsme použili jednodušší převodní vztahy mezi teplotami t a T

$$T \doteq (\{t\} + 272) \text{ K}, \quad t \doteq (\{T\} - 273) \text{ }^\circ\text{C}.$$

Úloha 17

Vyjádřete teplotu $100 \text{ }^\circ\text{C}$ v kelvinech a teplotu 100 K ve stupních Celsia.

Řešení

$$t_1 = 100 \text{ }^\circ\text{C}, T_2 = 100 \text{ K}; T_1 = ?, t_2 = ?$$

$$T_1 \doteq (100 + 273) \text{ K} = 373 \text{ K}$$

$$t_2 \doteq (100 - 273) \text{ }^\circ\text{C} = -173 \text{ }^\circ\text{C}$$

Hledané teploty jsou 373 K a $-173 \text{ }^\circ\text{C}$.