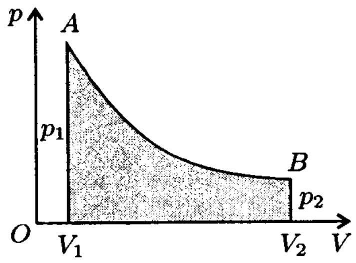
2.4 PRÁCE PLYNU. KRUHOVÝ DĚJ

Práce vykonaná plynem při stálém tlaku je určena vztahem

$$W' = p\Delta V.$$

Obecně lze práci vykonanou plynem při zvětšení jeho objemu znázornit v p,V diagramu obsahem plochy, která leží pod příslušným úsekem křivky $p = f(V)$ (obr. 12).



Obr. 12

Děj, při němž je konečný stav soustavy totožný s počátečním stavem, se nazývá *kruhový (cyklický) děj.* Obsah plochy uvnitř křivky zobrazující v p,V diagramu kruhový děj znázorňuje celkovou práci W' vykonanou pracovní látkou během jednoho cyklu. Tato práce se rovná celkovému teplu $Q = Q_1 - Q_2$, které přijme během tohoto cyklu pracovní látka od okolí (Q_1 je teplo, které pracovní látka přijme během jednoho cyklu od ohřívače, Q_2 teplo, které předá chladiči). Celková změna vnitřní energie po ukončení jednoho cyklu je nulová ($\Delta U = 0$).

Účinnost kruhového děje je určena vztahem

$$\eta = \frac{W'}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}.$$

Druhý termodynamický zákon lze vyslovit ve dvou navzájem ekvivalentních formulacích:

1. Není možné sestrojit periodicky pracující tepelný stroj, který by jen přijímal teplo od určitého tělesa (ohřívače) a vykonával stejně velkou práci.
2. Při tepelné výměně těleso o vyšší teplotě nemůže samovolně přijímat teplo od tělesa o nižší teplotě.

Tepelné motory jsou stroje, které přeměňují část vnitřní energie paliva uvolněné hořením na energii mechanickou. Rozdělujeme je na motory parní

(parní stroj, parní turbína) a spalovací (plynová turbína, zážehový motor dvoudobý a čtyřdobý, vznětový motor, proudový motor a raketový motor). Pro *účinnost η tepelného motoru,* který pracuje s ohřívačem o teplotě T_1 a chladičem o teplotě T_2, platí

$$\eta \leqq \eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

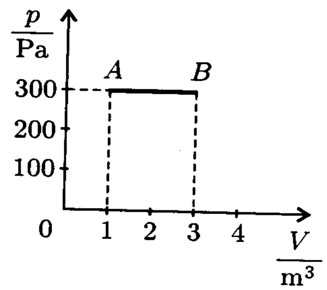
kde $\eta_{\max}$ je horní hranice účinnosti tepelných motorů (tj. účinnosti ideálního tepelného motoru).

ÚLOHY

PRÁCE VYKONANÁ PLYNEM PŘI STÁLÉM A PROMĚNNÉM TLAKU

Úloha 93

Určete práci, kterou vykoná plyn při přechodu ze stavu A do stavu B (obr. 13).



Obr. 13

Řešení

Práce vykonaná plynem při izobarickém ději znázorněném v p,V diagramu izobarou AB je rovna součinu tlaku plynu a přírůstku jeho objemu $W' = p\Delta V$. Poněvadž podle grafu $p = 300$ Pa a $\Delta V = 2$ m^3, dostáváme

$$W' = 300 \cdot 2 \text{ J} = 600 \text{ J}.$$

Při přechodu plynu ze stavu A do stavu B vykoná plyn práci 600 J.

Poznámka

Práce, kterou vykoná plyn při zvětšení svého objemu, je znázorněna obsahem plochy, která leží pod izobarou AB.

Úloha 94

Ideální plyn zvětšil při stálém tlaku 8 MPa svůj objem o 0,5 m^3 a přijal při tom teplo 6 MJ. Určete změnu jeho vnitřní energie.

Řešení

$p = 8 \cdot 10^6$ Pa, $\Delta V = 0{,}5$ m^3, $Q = 6 \cdot 10^6$ J; $\Delta U = ?$

Podle prvního termodynamického zákona se teplo, které přijme plyn, rovná přírůstku jeho vnitřní energie a práci W', kterou plyn při tom vykoná:

$$Q = \Delta U + W'$$

Poněvadž při izobarickém ději plyn vykoná práci $W' = p\Delta V$, platí

$$Q = \Delta U + p\Delta V \quad \text{a odtud} \quad \Delta U = Q - p\Delta V.$$

Číselně $\Delta U = 6 \cdot 10^6 \text{ J} - 8 \cdot 10^6 \cdot 0{,}5 \text{ J} = 2 \cdot 10^6 \text{ J} = 2 \text{ MJ}.$

Vnitřní energie plynu se zvětší o 2 MJ.

Úloha 95

Plyn uzavřený v nádobě s pohyblivým pístem má objem 1 m³, teplotu 0 °C a tlak 200 kPa. Jakou práci plyn vykoná, jestliže při stálém tlaku zvýšíme jeho teplotu o 20 °C? Tření mezi pístem a stěnou nádoby neuvažujeme.

Řešení

$V_1 = 1 \text{ m}^3$, $t_1 = 0\,°\text{C}$, $T_1 \doteq 273 \text{ K}$, $p = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $\Delta t = 20\,°\text{C}$,
$\Delta T = 20 \text{ K}$; $W' = ?$

Práce vykonaná plynem při izobarickém ději je určena vztahem

$$W' = p\Delta V = p(V_2 - V_1), \tag{a}$$

kde V_1 je počáteční a V_2 konečný objem plynu. Poněvadž plyn koná práci při stálém tlaku, platí Gay-Lussacův zákon

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}, \quad \text{odkud} \quad V_2 = \frac{T_2}{T_1}V_1. \tag{b}$$

Dosadíme-li za objem V_2 z rovnice (b) do rovnice (a), dostaneme po úpravách

$$W' = p\left(\frac{T_2}{T_1}V_1 - V_1\right) = pV_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) = pV_1\frac{T_2 - T_1}{T_1} = pV_1\frac{\Delta T}{T_1}.$$

Číselně $W' = 2 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot \dfrac{20}{273} \text{ J} \doteq 14{,}7 \cdot 10^3 \text{ J} \doteq 15 \text{ kJ}.$

Plyn vykoná za daných podmínek práci 15 kJ.

Úloha 96

Plyn uzavřený ve vertikálně umístěné válcové nádobě s volně pohyblivým pístem o obsahu 20 cm² má teplotu 27 °C. Píst má hmotnost 10 kg a je umístěn ve výšce 60 cm nad podstavou. Určete práci, kterou plyn vykoná, jestliže zvýšíme jeho teplotu o 50 °C. Atmosférický tlak je 10^5 Pa, tíhové zrychlení $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Tření mezi pístem a stěnou nádoby neuvažujeme.

Řešení

$S = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$, $t_1 = 27\,°\text{C}$, $T_1 = 300 \text{ K}$, $m = 10 \text{ kg}$, $h = 0{,}6 \text{ m}$,
$\Delta T = 50 \text{ K}$, $p_a = 10^5 \text{ Pa}$, $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $W' = ?$

Plyn uzavřený v nádobě má stálý tlak

$$p = p_a + \frac{mg}{S}, \tag{a}$$

kde p_a je atmosférický tlak a mg/S tlak způsobený vlastní tíhou pístu. Poněvadž tlak plynu je stálý, probíhá izobarický děj. Práce vykonaná plynem při tomto ději je určena vztahem

$$W' = p\Delta V = p(V_2 - V_1), \tag{b}$$

kde V_1 a V_2 je počáteční a konečný objem plynu při teplotách T_1 a T_2. Pro izobarický děj platí také zákon Gay-Lussacův

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}, \quad \text{odkud} \quad V_2 = \frac{T_2}{T_1}V_1. \tag{c}$$

Dosadíme-li tlak p a objem V_2 ze vztahů (a) a (c) do vztahu (b), dostaneme

$$W' = \left(p_a + \frac{mg}{S}\right)\left(\frac{T_2}{T_1}V_1 - V_1\right) \quad \text{a odtud po úpravách}$$

$$W' = \left(p_a + \frac{mg}{S}\right)V_1\frac{T_2 - T_1}{T_1} = \left(p_a + \frac{mg}{S}\right)Sh\frac{\Delta T}{T_1} = (p_aS + mg)h\frac{\Delta T}{T_1}.$$

Číselně $W' = (10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} + 10 \cdot 10) \cdot 0{,}6 \cdot \dfrac{50}{300} \text{ J} = 30 \text{ J}.$

Při zvýšení teploty plynu o 50 °C plyn vykoná práci 30 J.

Úloha 97

Jakou práci vykoná dusík N_2 o hmotnosti 56 g, jestliže se při stálém tlaku zvýší jeho teplota ze 100 °C na 200 °C? Relativní atomová hmotnost dusíku je 14, molární plynová konstanta $8{,}31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Řešení

$m = 56 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$, $\Delta T = T_2 - T_1 = 100 \text{ K}$, $A_r = 14$,
$M_m = 28 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$, $R = 8{,}31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$; $W' = ?$

Pro počáteční a konečný stav dusíku platí podle stavové rovnice vztahy

$$pV_1 = \frac{m}{M_m}RT_1, \quad pV_2 = \frac{m}{M_m}RT_2,$$

ze kterých po odečtení levých a pravých stran obou rovnic vyplývá

$$p\Delta V = \frac{m}{M_\mathrm{m}} R\Delta T.$$

Pro hledanou práci W' pak dostáváme

$$W' = p\Delta V = \frac{m}{M_\mathrm{m}} R\Delta T.$$

$$\text{Číselně} \quad W' = \frac{56 \cdot 10^{-3} \cdot 8{,}31 \cdot 100}{28 \cdot 10^{-3}} \ \mathrm{J} \doteq 1\,660 \ \mathrm{J} \doteq 1{,}7 \ \mathrm{kJ}.$$

Zvýší-li se teplota dusíku o hmotnosti 56 g při izobarickém ději o 100 K, vykoná dusík práci 1,7 kJ.

Úloha 98

Kyslík O_2 o hmotnosti 2 kg a teplotě 0 °C vykonal při stálém tlaku práci 65 kJ. Určete jeho výslednou teplotu po vykonání práce. Relativní atomová hmotnost kyslíku je 16, molární plynová konstanta 8,31 $\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}$.

Řešení

$m = 2$ kg, $t_1 = 0$ °C, $T_1 = 273$ K, $W' = 65 \cdot 10^3$ J, $A_\mathrm{r} = 16$,
$M_\mathrm{m} = 32 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg \cdot mol^{-1}}$, $R = 8{,}31\ \mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}$; $T_2 = ?$

Ze stavové rovnice pro ideální plyn vyplývá (viz úlohu 97)

$$p\Delta V = \frac{m}{M_\mathrm{m}} R\Delta T.$$

Poněvadž práce W' je při izobarickém ději určena vztahem $W' = p\Delta V$, dostáváme

$$W' = \frac{m}{M_\mathrm{m}} R\Delta T \quad \text{a odtud} \quad \Delta T = \frac{W' M_\mathrm{m}}{mR}.$$

$$\text{Číselně} \quad \Delta T = \frac{65 \cdot 10^3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8{,}31} \ \mathrm{K} \doteq 125 \ \mathrm{K}.$$

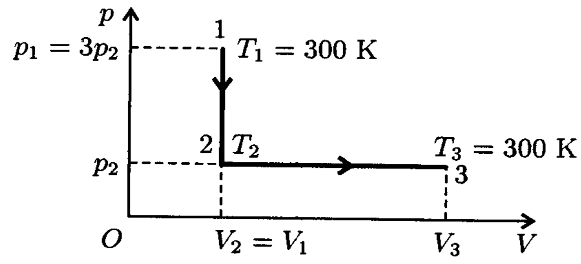
Pro výslednou teplotu pak platí

$$T_2 = T_1 + \Delta T = 273 \ \mathrm{K} + 125 \ \mathrm{K} = 398 \ \mathrm{K},$$
$$t_2 \doteq (398 - 273)\ ^\circ\mathrm{C} = 125\ ^\circ\mathrm{C}.$$

Výsledná teplota kyslíku po vykonání práce W' je 398 K (tj. 125 °C).

Úloha 99

Vodík o hmotnosti 1 kg vykonal děj 1–2–3 znázorněný v p,V diagramu na obr. 14. Tlak $p_1 = 3p_2$, teplota $T_1 = T_3 = 300$ K. Určete práci vykonanou plynem při ději 1–2–3. Relativní atomová hmotnost vodíku je 1, molární plynová konstanta 8,31 $\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}$.



Obr. 14

Řešení

$m = 1$ kg, $p_1 = 3p_2$, $T_1 = T_3 = 300$ K, $A_\mathrm{r} = 1$, $M_\mathrm{m} = 2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg \cdot mol^{-1}}$,
$R = 8{,}31\ \mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}$; $W' = ?$

Při izochorickém ději 1–2 plyn nekoná práci, celou práci vykoná tedy při izobarickém ději 2–3. Pro počáteční stav 2 a koncový stav 3 platí podle stavové rovnice vztahy

$$p_2 V_2 = \frac{m}{M_\mathrm{m}} RT_2, \quad p_2 V_3 = \frac{m}{M_\mathrm{m}} RT_3,$$

ze kterých vyplývá

$$W' = p_2(V_3 - V_2) = \frac{m}{M_\mathrm{m}} R(T_3 - T_2). \qquad \text{(a)}$$

Teplota $T_3 = T_1 = 300$ K. Teplotu T_2 můžeme vypočítat z Charlesova zákona, který platí pro izochorický děj 1–2:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$T_2 = \frac{p_2}{p_1} T_1 = \frac{p_2}{3p_2} T_1 = \frac{T_1}{3}$$

Po dosazení do rovnice (a) pro práci dostaneme

$$W' = \frac{m}{M_\mathrm{m}} R\left(T_1 - \frac{T_1}{3}\right) = \frac{m}{M_\mathrm{m}} R\left(1 - \frac{1}{3}\right) T_1 = \frac{2mR}{3M_\mathrm{m}} T_1.$$

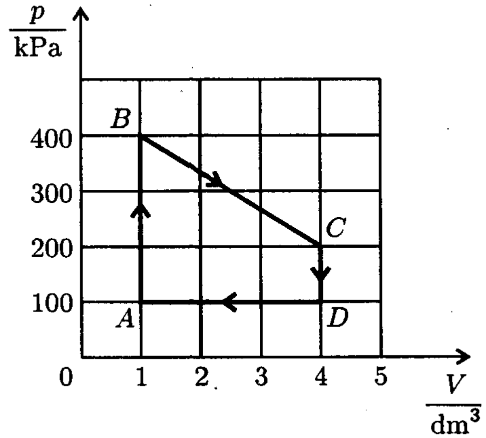
Číselně $W' = \dfrac{2 \cdot 1 \cdot 8{,}31}{3 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} \cdot 300\ \mathrm{J} \doteq 8{,}3 \cdot 10^5\ \mathrm{J}.$

Při ději 1–2–3 vodík vykoná práci $8{,}3 \cdot 10^5$ J.

KRUHOVÝ DĚJ

Úloha 100

Jakou práci vykoná ideální plyn během jednoho cyklu kruhového děje, zobrazeného na obrázku 15?



Obr. 15

Řešení

Práce plynu vykonaná během jednoho cyklu je znázorněna obsahem plochy uvnitř křivky $ABCDA$, znázorňující v p,V diagramu daný kruhový děj. Z obr. 15 vyplývá, že jeden čtverec čtverečkované sítě znázorňuje práci

$$W_0 = 100\ \mathrm{kPa} \cdot 1\ \mathrm{dm}^3 = 10^5\ \mathrm{Pa} \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3 = 10^2\ \mathrm{Pa} \cdot \mathrm{m}^3 = 10^2\ \mathrm{J}.$$

Poněvadž obsah plochy ležící uvnitř křivky $ABCDA$ se rovná obsahu plochy šesti základních čtverců, je celková práce

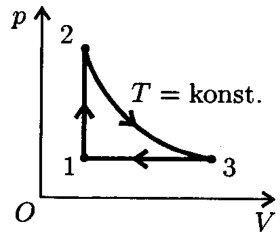
$$W = 6W_0 = 6 \cdot 10^2\ \mathrm{J}.$$

Při kruhovém ději $ABCDA$ vykoná plyn během jednoho cyklu práci 600 J

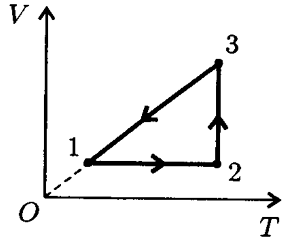
Úloha 101

Ideální plyn stálé hmotnosti vykonal kruhový děj 1–2–3–1. Na obr. 16 je tento děj znázorněn v diagramu p,V.

a) Jaké děje znázorňují úseky grafů 1–2, 2–3 a 3–1?
b) Jaké zákony platí pro tyto děje a jak se tyto zákony nazývají?
c) Znázorněte děj 1–2–3–1 v diagramu V,T.
d) Při kterých částech kruhového děje znázorněného na obr. 16 plyn přijímá teplo od okolí a při kterých teplo okolním tělesům odevzdává?



Obr. 16



Obr. 17

Řešení

a) Děj 1–2 je izochorický, 2–3 izotermický a 3–1 izobarický.
b) Pro děj 1–2 platí zákon Charlesův p/T = konst., pro děj 2–3 zákon Boylův-Mariottův pV = konst. a pro děj 3–1 zákon Gay-Lussacův V/T = konst.
c) Kruhový děj 1–2–3–1 je znázorněn v diagramu V,T na obr. 17. Úseky 1–2 a 2–3 tohoto diagramu vyjadřují konstantnost objemu a teploty při ději izochorickém a izotermickém. Úsek 3–1 v diagramu V,T vyjadřuje přímou úměrnost mezi objemem a teplotou, která pro izobarický děj vyplývá z Gay-Lussacova zákona V = konst. $\cdot\, T$.
d) Při ději 1–2 plyn teplo přijímá, neboť podle obr. 16 tlak plynu se při stálém objemu zvětšuje. Plyn přijímá teplo také při ději 2–3, neboť při izotermické expanzi ideálního plynu vnitřní energie plynu zůstává konstantní a teplo přijaté plynem se rovná práci, kterou plyn při tomto ději vykoná. Při ději 3–1 plyn teplo okolním tělesům odevzdává, neboť podle obr. 16 se objem plynu zmenšuje a tlak zůstává stejný; plyn se proto musí ochlazovat.

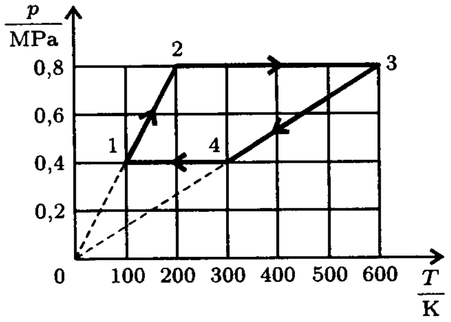
Úloha 102

Vodík o hmotnosti 0,1 kg vykonal kruhový děj 1–2–3–4–1 znázorněný v p,T diagramu na obr. 18. Znázorněte tento děj v diagramu p,V a vypočtěte celkovou práci, kterou plyn při tomto ději vykonal. Molární hmotnost vodíku je $2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg \cdot mol^{-1}}$, molární plynová konstanta $8{,}31\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$.

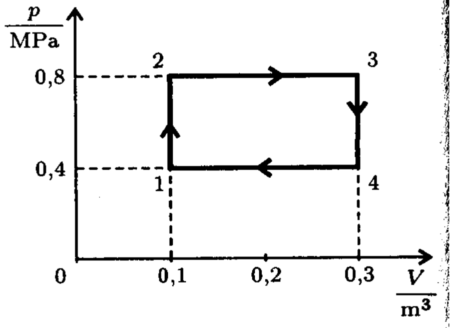
Řešení

$m = 0{,}1\ \mathrm{kg}$, $M_\mathrm{m} = 2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg \cdot mol^{-1}}$, $R = 8{,}31\ \mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}$; $W' = ?$

Z p,T diagramu na obr. 18 vyplývá, že při dějích 1–2 a 3–4 je tlak plynu přímo úměrný jeho termodynamické teplotě; oba děje jsou tedy izochorické. Děje 2–3 a 4–1 jsou zřejmě izobarické, neboť tlak plynu je při nich konstantní. Kruhový děj 1–2–3–4–1 je tedy v p,V diagramu znázorněn obdélníkem (obr. 19), který se skládá ze dvou izochor a dvou izobar. Abychom ho mohli sestrojit, potřebujeme znát tlak a objem vodíku ve stavech 1, 2, 3 a 4. Hledané tlaky lze určit přímo z p,T diagramu (obr. 18), příslušné objemy je však třeba vypočítat.



Obr. 18



Obr. 19

Ve stavu 1 má vodík o hmotnosti 0,1 kg teplotu 100 K a tlak 0,4 MPa (viz obr. 18). Objem vodíku v tomto stavu vypočteme ze stavové rovnice

$$p_1V_1 = \frac{m}{M_m}RT_1, \quad V_1 = \frac{mRT_1}{p_1M_m}.$$

$$\text{Číselně} \quad V_1 = \frac{0{,}1 \cdot 8{,}31 \cdot 100}{0{,}4 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}\ \text{m}^3 \doteq 0{,}1\ \text{m}^3.$$

Ve stavu 2 má vodík stejný objem jako ve stavu 1, neboť děj 1–2 je izochorický. Podle obr. 18 je ve stavu 2 tlak vodíku 0,8 MPa.

Objem vodíku ve stavu 3 vypočteme z Gay-Lussacova zákona pro děj izobarický

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3}, \quad V_3 = \frac{T_3}{T_2}V_2.$$

$$\text{Číselně} \quad V_3 = \frac{600}{200} \cdot 0{,}1\ \text{m}^3 = 0{,}3\ \text{m}^3.$$

Objem plynu ve stavu 4 je opět stejný jako ve stavu 3, neboť děj 3–4 je izochorický. Podle obr. 18 je ve stavu 4 tlak plynu 0,4 MPa.

Celková práce vykonaná během jednoho cyklu je znázorněna obsahem plochy 1–2–3–4–1 v p,V diagramu. Platí tedy

$$W' = (p_2 - p_1)(V_4 - V_1).$$

$$\text{Číselně} \quad W' = \left(0{,}8 \cdot 10^6 - 0{,}4 \cdot 10^6\right) \cdot (0{,}3 - 0{,}1)\ \text{J} = 8 \cdot 10^4\ \text{J} = 80\ \text{kJ}.$$

Vodík vykoná při daném kruhovém ději práci 80 kJ.

ÚČINNOST KRUHOVÉHO DĚJE. DRUHÝ TERMODYNAMICKÝ ZÁKON

Úloha 103

Tepelný motor, který pracuje s účinností 28 %, má teplotu ohřívače (hořící palivo) 927 °C a teplotu chladiče (výfukové plyny) 447 °C. Vypočtěte účinnost ideálního tepelného stroje, který pracuje se stejnými teplotami ohřívače a chladiče. O kolik procent je účinnost tohoto stroje větší než účinnost daného tepelného motoru?

Řešení

$\eta = 0{,}28 = 28\,\%$, $t_1 = 927\,°\text{C}$, $T_1 = 1\,200$ K, $t_2 = 447\,°\text{C}$, $T_2 = 720$ K;
$\eta_{max} = ?$, $\eta_{max} - \eta = ?$

Pro účinnost ideálního tepelného stroje pracujícího s teplotou ohřívače T_1 a chladiče T_2 platí

$$\eta_{max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{1\,200 - 720}{1\,200} = 0{,}4 = 40\,\%.$$

Hledaný rozdíl účinností je proto

$$\eta_{max} - \eta = 40\,\% - 28\,\% = 12\,\%.$$

Účinnost ideálního tepelného stroje, který pracuje se stejnými teplotami ohřívače a chladiče jako daný tepelný motor, je 40 %. Tato účinnost je o 12 % větší než účinnost daného tepelného motoru.

Poznámka
Účinnost tepelných motorů η je vždy menší než horní hranice jejich účinnosti $\eta_{max} = (T_1 - T_2)/T_1$; $\eta < \eta_{max}$.

Úloha 104

V ideálním tepelném stroji plyn předal chladiči 67 % tepla, které získal od ohřívače. Určete teplotu chladiče, jestliže teplota ohřívače je 430 K.

Řešení

$Q_2/Q_1 = 0{,}67$, $T_1 = 430$ K; $T_2 = ?$

Účinnost ideálního tepelného stroje je

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Odtud $\dfrac{T_2}{T_1} = \dfrac{Q_2}{Q_1} = 0{,}67,$

$$T_2 = 0{,}67T_1 = 0{,}67 \cdot 430\ \mathrm{K} \doteq 288\ \mathrm{K}.$$

Chladič má teplotu 288 K.

Úloha 105

Tepelný motor pracující s ohřívačem o teplotě 200 °C a s chladičem o teplotě 0 °C zvedá závaží o hmotnosti 400 kg. Do jaké maximální výšky ho může zvednout, jestliže přijme od ohřívače teplo 80 kJ? Tíhové zrychlení je $10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

Řešení

$t_1 = 200\ °\mathrm{C}$, $T_1 = 473$ K, $t_2 = 0\ °\mathrm{C}$, $T_2 = 273$ K, $m = 400$ kg,
$Q_1 = 8 \cdot 10^4$ J, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $h = ?$

Maximální účinnost periodicky pracujícího tepelného motoru je určena vztahem

$$\eta_{\max} = \frac{W'}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \qquad \text{(a)}$$

Poněvadž práce při zvedání závaží je $W' = mgh$, dostáváme

$$mgh = Q_1\frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad \text{a odtud} \quad h = \frac{Q_1(T_1 - T_2)}{mgT_1}.$$

Číselně $h = \dfrac{8 \cdot 10^4(473 - 273)}{400 \cdot 10 \cdot 473}\ \mathrm{m} \doteq 8{,}5\ \mathrm{m}.$

Maximální výška, do které může tepelný stroj zvednout závaží, je 8,5 m.

Poznámka
Práce $W' = mgh = 400 \cdot 10 \cdot 8{,}5\ \mathrm{J} = 3{,}4 \cdot 10^4$ J, kterou vykoná tepelný stroj, je menší než teplo $Q = 8 \cdot 10^4$ J odebrané ohřívači. Tento výsledek je ve shodě s druhým termodynamickým zákonem, podle kterého není možné sestrojit periodicky pracující tepelný stroj, který by jen přijímal teplo od určitého tělesa (ohřívače) a vykonával stejně velkou práci.

Vztah (a), který jsme použili k řešení úlohy, určuje horní hranici účinnosti $\eta_{\max}$ tepelných strojů. Pro skutečnou účinnost periodicky pracujícího tepelného stroje platí $\eta < \eta_{\max}$, a proto by byla skutečná výška, do které by stroj zvedl závaží, menší než 8,5 m.

Úloha 106

Ideální tepelný stroj, který pracuje s horní hranicí účinnosti $\eta_{\max}$, vykonal během jednoho cyklu kruhového děje práci $7{,}4 \cdot 10^4$ J. Teplota ohřívače je 373 K, chladiče 273 K. Určete teplo, které pracovní látka získala během jednoho cyklu od ohřívače, a teplo, které během jednoho cyklu předala chladiči.

Řešení

$W' = 7{,}4 \cdot 10^4$ J, $T_1 = 373$ K, $T_2 = 273$ K; $Q_1 = ?$, $Q_2 = ?$

Pro účinnost ideálního tepelného stroje platí

$$\eta_{\max} = \frac{W'}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad \text{odkud} \quad Q_1 = \frac{T_1}{T_1 - T_2}W'. \qquad \text{(a)}$$

Celková práce W', kterou vykoná pracovní látka během jednoho cyklu kruhového děje, se rovná celkovému teplu $Q = Q_1 - Q_2$, které přijme během tohoto cyklu od okolí. Platí tedy

$$W' = Q_1 - Q_2 \quad \text{a odtud} \quad Q_2 = Q_1 - W'. \qquad \text{(b)}$$

Po dosazení číselných hodnot do obecného řešení (a) a (b) dostáváme

$$Q_1 = \frac{373}{373 - 273} \cdot 7{,}4 \cdot 10^4\ \mathrm{J} \doteq 2{,}8 \cdot 10^5\ \mathrm{J},$$

$$Q_2 = 2{,}76 \cdot 10^5\ \mathrm{J} - 7{,}4 \cdot 10^4\ \mathrm{J} \doteq 2{,}0 \cdot 10^5\ \mathrm{J}.$$

Tepelný stroj přijme během jednoho cyklu od ohřívače teplo $2{,}8 \cdot 10^5$ J a předá chladiči teplo $2{,}0 \cdot 10^5$ J.

Úloha 107

Účinnost ideálního tepelného stroje, který pracuje podle kruhového děje, je 20 %. Jaká bude jeho účinnost, jestliže teplo, které přijme pracovní látka stroje během jednoho cyklu od ohřívače, se zvětší o 40 % a teplo, které odevzdá během jednoho cyklu chladiči, se zmenší o 20 %?

Řešení

$\eta_1 = 0{,}2$, $p_1 = 0{,}4$, $p_2 = 0{,}2$; $\eta_2 = ?$

Pro účinnost η_1 a η_2 původního a upraveného tepelného stroje platí

$$\eta_1 = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}, \quad \eta_2 = 1 - \frac{Q_2'}{Q_1'}.$$

Poněvadž

$$Q_1' = Q_1 + 0{,}4Q_1 = 1{,}4Q_1,$$
$$Q_2' = Q_2 - 0{,}2Q_2 = 0{,}8Q_2,$$

dostáváme

$$\eta_2 = 1 - \frac{Q_2'}{Q_1'} = 1 - \frac{0{,}8Q_2}{1{,}4Q_1} = 1 - \frac{4}{7}\frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{4}{7}(1 - \eta_1).$$

Číselně $\eta_2 = 1 - \frac{4}{7} \cdot (1 - 0{,}2) \doteq 0{,}54.$

Účinnost tepelného stroje se po jeho úpravě zvětší na 54 %.

Úloha 108

Předpokládejme, že tepelný motor velké zaoceánské lodi pracuje tak, že za každou minutu ochladí mořskou vodu o objemu 10 m^3 z teploty 20 °C na 5 °C a takto získané teplo využije ke konání práce $W' = Q$. Jaký výkon by bylo možné získat tímto způsobem? Je tento způsob pohonu lodi možný? Hustota vody je 10^3 kg · m^{-3} a její měrná tepelná kapacita 4 180 J · kg^{-1} · K^{-1}.

Řešení

$\tau = 60$ s, $V = 10$ m^3, $t_1 = 20$ °C, $t_2 = 5$ °C, $\varrho \doteq 10^3$ kg · m^{-3},
$c \doteq 4\,180$ J · kg^{-1} · K^{-1}; $P = ?$

Výkon tepelného motoru popsaného v textu úlohy je

$$P = \frac{Q}{\tau} = \frac{mc(t_2 - t_1)}{\tau} = \frac{\varrho V c(t_2 - t_1)}{\tau}.$$

Číselně $P = \frac{10^3 \cdot 10 \cdot 4\,180(20 - 5)}{60}$ W $\doteq 10$ MW.

Tento způsob pohonu lodi však není možný, neboť podle druhého termodynamického zákona není možné sestrojit periodicky pracující tepelný stroj, který by jen přijímal teplo od určitého tělesa (mořské vody) a vykonával stejně velkou práci. Takový stroj se nazývá perpetuum mobile druhého druhu; podle druhého termodynamického zákona není však takový stroj možný.

Úloha 109

V moři se vyskytují určité teplotní rozdíly mezi teplejšími a chladnějšími vrstvami vody. Lze tyto teplotní rozdíly alespoň v principu využít ke

konání práce? Jaká by byla maximální účinnost tepelného stroje, který by využíval jako ohřívač vrstvu vody o teplotě 15 °C a jako chladič vrstvu vody o teplotě 5 °C?

Řešení

$t_1 = 15$ °C, $T_1 = 288$ K, $t_2 = 5$ °C, $T_2 = 278$ K; $\eta_{\max} = ?$

Každý cyklicky pracující tepelný stroj pracuje tak, že odebere během jednoho cyklu od ohřívače o teplotě T_1 teplo Q_1, předá chladiči o teplotě T_2 teplo $Q_2 < Q_1$ a vykoná při tom práci $W' = Q_1 - Q_2$. Teplotní rozdíly v mořské vodě lze proto v principu využít ke konání práce. Maximální účinnost, se kterou by tento stroj pracoval

$$\eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{288 - 278}{288} \doteq 0{,}035 = 3{,}5\,\%,$$

je však velmi malá; skutečná účinnost by byla ještě menší.