

### Cvičení 3 STAVOVÁ ROVNICE IDEÁLNÍHO PLYNU

Před řešením úloh sestavte přehled různých tvarů stavové rovnice pro ideální plyn a vysvětlete, které základní úlohy lze užitím těchto rovnic řešit.

Prvních šest úloh je rozděleno do dvou skupin A a B. Při řešení těchto úloh lze postupovat např. tak, že úlohy ze skupiny A řeší žáci na tabuli ve spolupráci s celou třídou. Po vyřešení každé vzorové úlohy skupiny A řeší žáci samostatně odpovídající úlohu skupiny B.

#### Skupina A

1. Určete hustotu kyslíku  $O_2$  při tlaku 5 MPa a teplotě 27 °C.  
[64 kg · m<sup>-3</sup>]
2. V nádobě o objemu 100 cm<sup>3</sup> je ideální plyn o teplotě 27 °C. Z nádoby unikne vadným ventilem část plynu, takže jeho tlak se zmenší o 4,14 kPa. Teplota plynu je stálá. Určete počet molekul, které z nádoby unikly.  
[10<sup>20</sup>]
3. Vzduch má tlak 0,1 MPa a teplotu -23 °C. Jaký bude tlak vzduchu, jestliže se jeho objem zmenší na 1/10 původního objemu a teplota se zvýší na 3 °C?  
[1,1 MPa]

#### Skupina B

1. Určete molární hmotnost plynu, který má při tlaku 98 kPa a teplotě 0 °C hustotu 8,64 · 10<sup>-2</sup> kg · m<sup>-3</sup>.  
[2,0 · 10<sup>-3</sup> kg · mol<sup>-1</sup>]
2. Určete hustotu molekul dusíku při tlaku 2 nPa a teplotě 15 °C.  
[5 · 10<sup>11</sup> m<sup>-3</sup>]
3. Jak se změní objem ideálního plynu, jestliže se jeho termodynamická teplota zvětší o 80 % a tlak se zmenší o 60 % ?  
[zvětší se 4,5krát]

4. V nádobě o vnitřním objemu 5,0 · 10<sup>-3</sup> m<sup>3</sup> je uzavřen dusík při teplotě 39 °C a tlaku 1,6 · 10<sup>5</sup> Pa. Určete jeho hmotnost. [8,6 g]

5. Jaký je tlak vzduchu při teplotě 20 °C, je-li jeho hustota 8,0 kg · m<sup>-3</sup>? Molární hmotnost vzduchu je 29 · 10<sup>-3</sup> kg · mol<sup>-1</sup>.  
[6,7 · 10<sup>5</sup> Pa]

6. Vypočítejte, jak se změní tlak ideálního plynu, jestliže se jeho objem i termodynamická teplota zvětší dvakrát. Hmotnost plynu je stálá.

[Tlak plynu se nezmění]

7. Ze dna jezera hlubokého 10 m se uvolnila vzduchová bublina a vystoupila k jeho povrchu. Určete, kolikrát se zvětší její objem. Teplota vody u dna jezera je 4 °C, u povrchu 18 °C, hustota vody je 10<sup>3</sup> kg · m<sup>-3</sup> a atmosférický tlak je 10<sup>5</sup> Pa. Tíhové zrychlení je 10 m · s<sup>-2</sup>.

[zvětší se 2,1krát]

STAVOVÁ ROVNICE PRO IDEÁLNÍ PLYN

Ar(O<sub>2</sub>) = 2 · 16 = 32 ⇒  $\rho_m = 0,032 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$

tzn:  $\rho_m = 0,032 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$    
 $\left\{ \begin{array}{l} 0,032 \text{ kg} = m \\ 1 \text{ mol} = n \end{array} \right.$

$p = 5 \text{ MPa} = 5 \cdot 10^6 \text{ Pa}$

$T = 300 \text{ K} (273 + 27)$

$R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

$\rho = \square \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

\*  $\rho = \frac{m}{V}$  & známe   
 $\rho$  vypočítáme z stavové rovnice

$pV = nRT$

$V = \frac{nRT}{p}$  & dosadíme do \*

$\rho = \frac{m}{\frac{nRT}{p}} = \frac{m}{1} \cdot \frac{p}{nRT} = \frac{mp}{nRT}$

$\rho = \frac{0,032 \cdot 5 \cdot 10^6}{1 \cdot 8,31 \cdot 300}$

$\rho = 64 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Hustota O<sub>2</sub> při tlaku 5 MPa je 64 kg · m<sup>-3</sup>

(2A)  $V = 0,0001 \text{ m}^3$

$T = 300 \text{ K}$

$\Delta p = 4140 \text{ Pa}$

$\Delta N = \square$

$pV = NkT \Rightarrow N = \frac{pV}{kT}$

na počátku bylo v nádobě  $N_1 = \frac{pV}{kT}$  molekul

po upuštění klesne tlak a počet molekul

že vyjádřit  $N_2 = \frac{(p - \Delta p) \cdot V}{kT}$

umělo  $\Delta N = N_1 - N_2$

$\Delta N = \frac{pV}{kT} - \frac{(p - \Delta p) \cdot V}{kT} = \frac{pV - (p - \Delta p) \cdot V}{kT} =$

$\frac{pV - (pV - \Delta pV)}{kT} = \frac{pV - pV + \Delta pV}{kT} =$

$\frac{\Delta pV}{kT} = \Delta N$

$\{\Delta N\} = \frac{4140 \cdot 0,0001}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}$

$\Delta N = 10^{20}$  molekul

z nádobky umělo 10<sup>20</sup> molekul

$$(3A) p_1 = 0,1 \text{ MPa} = 0,1 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$T_1 = 250 \text{ K}$$

$$V_1 = \dots$$

$$p_2 = \square \text{ Pa}$$

$$T_2 = 276 \text{ K}$$

$$V_2 = 0,1 V_1$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot 0,1 V_1}{T_2} \quad | \cdot T_2 \quad | : 0,1 V_1$$

$$p_2 = \frac{p_1 \cdot T_2}{T_1 \cdot 0,1}$$

$$p_2 = \frac{p_1 T_2}{0,1 T_1}$$

$$\{p_2\} = \frac{276 \cdot 0,1 \cdot 10^6}{0,1 \cdot 250}$$

$$p_2 = 1,1 \cdot 10^6 \text{ Pa} = \underline{\underline{1,1 \text{ MPa}}}$$

Tlak se zvýšil  
na 1,1 MPa

$$(1B) p = 98000 \text{ Pa}$$

$$T = 273 \text{ K}$$

$$\rho = 8,64 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$\rho_m = \square \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$m = 8,64 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$$

$$V = 1 \text{ m}^3$$

$$pV = \frac{m}{\rho_m} RT \quad | : \rho_m$$

$$\{\rho_m\} = \frac{8,64 \cdot 10^{-2} \cdot 8,31 \cdot 273}{98000 \cdot 1}$$

$$\rho_m pV = m RT \quad | : pV$$

$$\{\rho_m\} = 2 \cdot 10^{-3}$$

$$\rho_m = \frac{m RT}{pV}$$

$$\rho_m = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

Polární látkovost plynu je  $2 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$(2B) p = 2 \text{ MPa} = 2 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$T = 288 \text{ K}$$

$$N_V = \square \text{ m}^{-3}$$

$$* N_V = \frac{N}{V} \leftarrow \text{počet molekul v } 1 \text{ m}^3$$

$$pV = N kT \quad | : kT$$

$$N = \frac{pV}{kT} \leftarrow \text{dosadíme do } *$$

$$N_V = \frac{N}{V} = \frac{\frac{pV}{kT}}{V} = \frac{pV}{kTV} = \frac{p}{kT}$$

$$\{N_V\} = \frac{2 \cdot 10^6}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 288}$$

$$N_V = 5 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-3}$$

Hustota částic je  $5 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-3}$

$$(3B) p_1$$

$$V_1$$

$$T_1$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$p_2 = 0,4 p_1$$

$$V_2 = \square$$

$$T_2 = 1,8 T_1$$

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{0,4 p_1 \cdot V_2}{1,8 T_1} \quad | \cdot 1,8 T_1 \quad | : 0,4 p_1$$

$$\frac{p_1 V_1 \cdot 1,8 T_1}{T_1 \cdot 0,4 p_1} = V_2$$

$$V_2 = \frac{V_1 \cdot 1,8}{0,4} = \underline{\underline{4,5 V_1}}$$

Objem plynu se zvětší 4,5 krát.

4.)  $V = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$

$T = 312 \text{ K}$

$p = 1,6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

$A_r(\text{N}_2) = 2 \cdot 14 = 28 \Rightarrow M_m(\text{N}_2) = 0,028 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$

$pV = \frac{m}{M_m} RT \quad \{m\} = \frac{1,6 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,028}{8,31 \cdot 312}$

$m = \frac{pV M_m}{RT} \quad m = 0,086 \text{ kg} = 86 \text{ g}$

Hmotnosť dusíku v nádote je 86 g.

5.)  $T = 293 \text{ K}$

$M_m = 29 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$

$\rho = 8 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \quad \left\{ \begin{array}{l} m = 8 \text{ kg} \\ V = 1 \text{ m}^3 \end{array} \right.$

$p = \square \text{ Pa}$

$pV = \frac{m}{M_m} RT$

$p = \frac{mRT}{M_m V} \quad \{p\} = \frac{8 \cdot 8,31 \cdot 293}{0,029 \cdot 1}$

$p = 670 \text{ 000 Pa}$

Tlak plynu v nádote je 0,67 MPa

6.)  $p_1 \quad p_2 = \square$   
 $V_1 \quad V_2 = 2V_1$   
 $T_1 \quad T_2 = 2T_1$

$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot 2V_1}{2T_1}$

$p_1 = \frac{p_2 \cdot 2V_1 T_1}{2T_1 V_1} = p_2$

$p_1 = p_2$

Tlak plynu je rovnaký

7.)

$p_a = 10^5 \text{ Pa}$

$T_D = 277 \text{ K}$

$T_H = 291 \text{ K}$

$\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

$h = 10 \text{ m}$

U HLAVINÝ JE ZAJEDNANÉ

$T_H \quad p_a \quad V_H$

U DNA

$T_D \quad p_D \quad V_D$

tak u dna  $p_D = p_a + \rho \cdot h \cdot g$

$\frac{p_D V_D}{T_D} = \frac{p_a V_H}{T_H}$

$V_H = \frac{p_D V_D T_H}{T_D p_a} = \frac{(p_a + \rho h g) V_D T_H}{T_D p_a}$

$\{V_H\} = \frac{(10^5 + 10 \cdot 10^3 \cdot 10) V_D \cdot 291}{277 \cdot 10^5} = 2,1 \cdot V_D \quad V_H = 2,1 V_D$

Objem kuličky oc zväčša 2,1 krát.

### Skupina A

2. V nádobě o vnitřním objemu 10 l je uzavřen kyslík při tlaku 0,40 MPa. Nádobu spojíme krátkou trubicí s jinou nádobou o vnitřním objemu 15 l, ve které je vakuum. Určete výsledný tlak kyslíku. Předpokládejme, že teplota kyslíku je stálá a objem trubice je zanedbatelný vzhledem k objemu nádob.

[0,16 MPa]

3. Plyn uzavřený v nádobě má při teplotě 0 °C tlak 250 kPa. Určete jeho tlak při teplotě 300 °C. Předpokládejme, že vnitřní objem nádoby je stálý.

[525 kPa]

### Skupina B

2. Nádoba ve tvaru válce je uzavřena pohyblivým pístem umístěným ve výšce 30 cm od jejího dna. V nádobě je uzavřen plyn při tlaku 0,50 MPa. Určete jeho tlak, zvětší-li se vnitřní objem nádoby posunutím pístu o 10 cm. Předpokládáme, že teplota plynu je při tomto ději stálá.

[0,38 MPa]

3. Vodík uzavřený v nádobě má při teplotě 0 °C tlak 5,0 MPa. Určete jeho tlak při teplotě -50 °C. Změnu vnitřního objemu nádoby neuvažujeme. Závisí řešení úlohy na druhu plynu?

[4,1 MPa]

4. Dusík uzavřený v nádobě má při teplotě 0 °C objem 5,0 l. Určete jeho objem při teplotě 100 °C za předpokladu, že se jeho tlak nezmění. Závisí řešení úlohy na druhu plynu? [6,8 l, nezávisí]

4. Ideální plyn má při teplotě 27 °C objem  $V$ . Při jaké teplotě má objem  $0,75V$ ? Předpokládáme, že tlak plynu zůstává stálý.

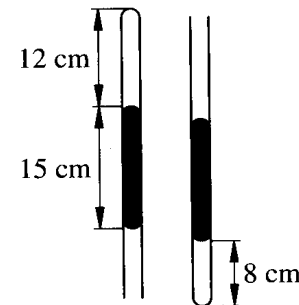
[225 K]

5. Na jakou teplotu je třeba při konstantním tlaku ohřát plyn stálé hmotnosti, aby se jeho hustota v porovnání s hustotou při teplotě 0 °C zmenšila dvakrát? [546 K]

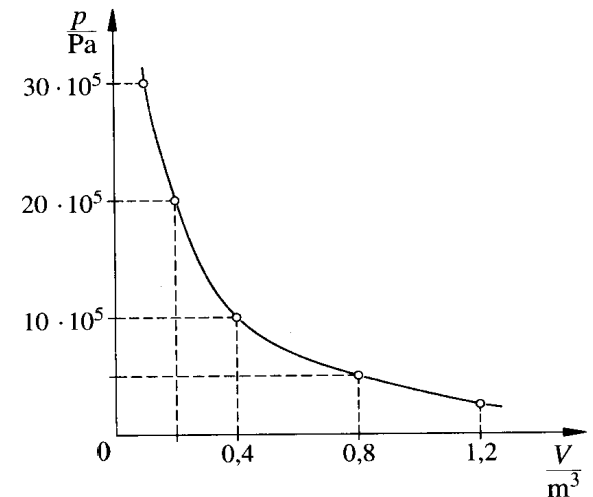
6. Objem ideálního plynu o stálé teplotě  $T$  a hmotnosti  $m$  se zvětšil z hodnoty  $V_1$  na hodnotu  $V_2$ . Znázorněte tento děj v diagramu  $p$ - $V$ ;  $V$ - $T$ ;  $p$ - $T$  a  $U$ - $V$ .

7. V trubici, jejíž jeden konec je uzavřen, je rtuť o hustotě  $13,6 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . Určete atmosférický tlak podle dvou poloh trubice (obr. C4-1). Předpokládejme, že teplota vzduchu uzavřeného sloupce rtuti v trubici je v obou polohách stejná. Tíhové zrychlení  $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

[ $10^5 \text{ Pa} = 1\,000 \text{ hPa}$ ]



C4-1



C4-2

8. Určete hmotnost dusíku s využitím grafu znázorňujícího závislost tlaku dusíku na jeho objemu při izotermickém ději (obr. C4-2). Teplota dusíku je 27 °C. [4,5 kg]

TEPELNÉ DEJE S IDEÁLNIM PLYNEM

(2A) IZOTERMICKÝ PĚS

$$p_1 = 0,4 \text{ MPa} = 0,4 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$p_2 = \square \text{ Pa}$$

$$V_1 = 10 \text{ L} = 0,01 \text{ m}^3$$

$$V_2 = 10 + 15 = 25 \text{ L} = 0,025 \text{ m}^3$$

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad | : V_2$$

$$p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2} \quad \{ p_2 \} = \frac{0,4 \cdot 10^6 \cdot 10^{-2}}{2,5 \cdot 10^{-2}} = 0,16 \text{ MPa}$$

Účel této úlohy ilustrace:

$p$  v jízce u izotermického děje nepříměměrně.

Obrátím se zpět k 2,5 krát, tlak musí klesnout

$$2,5 \times \quad 0,4 \text{ MPa} : 2,5 = \underline{\underline{0,16 \text{ MPa}}}$$

(3A) IZOCHORICKÝ DEJ

$$p_1 = 250 \text{ kPa}$$

$$p_2 = \square \text{ Pa}$$

$$T_1 = 273 \text{ K}$$

$$T_2 = 573 \text{ K}$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1} \quad \{ p_2 \} = \frac{250 \cdot 10^3 \cdot 573}{273}$$

$$p_2 = 520 \text{ kPa}$$

(4A) IZOBARIČKÝ

$$V_1 = 5 \text{ L} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$V_2 =$$

$$T_1 = 273 \text{ K}$$

$$T_2 = 373 \text{ K}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1} \quad \{ V_2 \} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 373}{273}$$

$$V_2 = 0,0068 \text{ m}^3 = 6,8 \text{ litrů}$$

(2B) IZOTERMICKÝ

necht má podstatu měřby objemu  $S_p$

$$V_1 = (S_p \cdot 0,13) \text{ m}^3$$

$$V_2 = (S_p \cdot (0,13 + 0,1)) = 0,14 S_p$$

$$p_1 = 0,5 \text{ MPa} = 0,5 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$p_2 = \square \text{ Pa}$$

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$p_2 = \frac{p_1 V_1}{V_2}$$

$$\{ p_2 \} = \frac{5 \cdot 10^6 \cdot 0,13 S_p}{0,14 S_p} =$$

$$p_2 = 0,375 \text{ MPa}$$

(3B) IZOCHORICKÝ

$$T_1 = 273 \text{ K}$$

$$T_2 = 223 \text{ K}$$

$$p_1 = 5 \text{ MPa} = 5 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$p_2 = \square \text{ Pa}$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

$$p_2 = \frac{p_1 T_2}{T_1} \quad \{ p_2 \} = \frac{5 \cdot 10^6 \cdot 223}{273}$$

$$p_2 = 4,1 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 4,1 \text{ MPa}$$

(4B) 1200 ARICUS'

$$T_1 = 300K$$

$$V_1$$

$$T_2$$

$$V_2 = 0,75V_1$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$T_2 = \frac{V_2 T_1}{V_1}$$

$$\{T_2\} = \frac{0,75V_1 \cdot 300}{V_1} = 225$$

$$T_2 = 225K$$

(5) 1200 ARICUS'

$$T_1 = 273K$$

$$T_2 = \square$$

$$p_1$$

$$p_2 = 0,5 p_1$$

Hmotnosť plynu sa netuší zmeniť

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

$$V_1 = \frac{m}{\rho_1}$$

$$V_2 = \frac{m}{0,5 \rho_2}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

$$\frac{\frac{m}{\rho_1}}{T_1} = \frac{\frac{m}{0,5 \rho_2}}{T_2}$$

$$\frac{m \rho_2}{\rho_1 T_1} = \frac{m}{0,5 \rho_2 T_2} \quad | : \rho_2$$

$$\frac{m}{T_1} = \frac{m}{0,5 T_2} \quad | : m$$

$$\frac{1}{T_1} = \frac{1}{0,5 T_2} \Rightarrow T_1 = 0,5 T_2$$

$$\Rightarrow T_2 = 2T_1$$

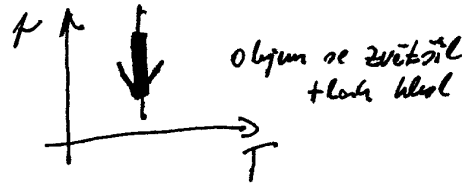
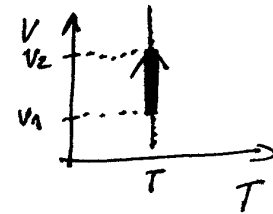
$$\{T_2\} = 2 \cdot 273 = 546K$$

$$T_2 = 546K$$

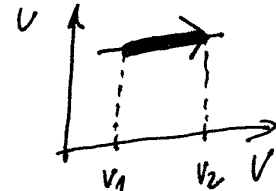
(6)  $T = \text{konst}$

1200 aricus'  $pV = \text{konst}$

TD



objem sa zväčšil + práca klesla



plyn má stálej teplotu, nemá ani zväčšenie energie

(7) V ľavom obrázku je tlak

$$p_1 = p_a - p_{Hg}$$

Na pravom obrázku

$$p_2 = p_a + p_{Hg}$$

$$V_1 = S_p \cdot 0,12$$

$$V_2 = S_p \cdot 0,08$$

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$(p_a - h \rho g) \cdot S_p \cdot 0,12 = (p_a + h \rho g) \cdot S_p \cdot 0,08 \quad | : S_p$$

$$0,12 p_a - 0,12 h \rho g = 0,08 p_a + 0,08 h \rho g$$

$$0,04 p_a = 0,2 h \rho g$$

$$p_a = \frac{0,2 h \rho g}{0,04} \quad \{ p_a \} = \frac{0,2 \cdot 0,15 \cdot 13600 \cdot 9,8}{0,04}$$

$$p_a = 10^5 \text{ Pa}$$

8. Zvolíme si libovolný bod na grafu

$$\text{např. } p = 10 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 10^6 \text{ Pa}$$

$$V = 0,4 \text{ m}^3$$

$$T = 300 \text{ K}$$

$$M_m = 28 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} \quad (A_r(\text{N}_2) = 2 \cdot 14 \\ M_m = 0,028 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1})$$

$$p \cdot V = \frac{m}{M_m} \cdot R T$$

$$m = \frac{p V M_m}{R T} \quad \{ m \} = \frac{10^6 \cdot 0,4 \cdot 0,028}{8,31 \cdot 300}$$

$$m = 4,5 \text{ kg}$$

Dusíku má hmotnost 4,5 kg