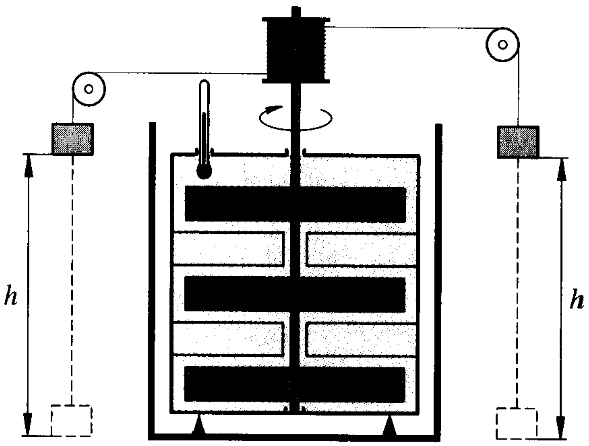
Cvičení 2 ZMĚNA VNITŘNÍ ENERGIE SOUSTAVY PŘI KONÁNÍ PRÁCE A PŘI TEPELNÉ VÝMĚNĚ

1. Anglický fyzik J. P. JOULE (džaul, 1818–1889) se soustavně zabýval problémem experimentálního určení změny vnitřní energie tělesa při změně jeho stavu. Na obr. C2-1 je schematicky znázorněn jeden z jeho pokusů.

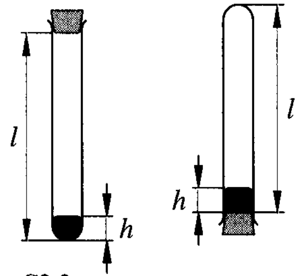


C2-1

V tepelně izolované nádobě, v níž je kapalina o známé hmotnosti, se otáčí lopatkové kolo. Pevné lopatky spojené se stěnami nádoby brzdí pohyb kapaliny. Na lopatkové kolo působí moment dvojice sil, kterou vytvářejí vlákna napínaná závažími stejné hmotnosti, klesajícími v tíhovém poli. Proti tomuto momentu dvojice sil působí na lopatkové kolo moment brzdicí síly. Vhodnou volbou hmotnosti závaží lze dosáhnout toho, aby závaží klesala rovnoměrným pohybem malou rychlostí. Obě závaží lze zvednout a pokus několikrát opakovat. Pokus ukázal, že při míchání kapaliny se vnitřním třením zvětšuje její teplota.

V jednom ze svých pokusů použil Joule dvě závaží, z nichž každé mělo hmotnost $M \approx 14$ kg, a nechal je klesat 12krát za sebou z výšky $h \approx 2{,}0$ m. V nádobě byla voda o hmotnosti $m \approx 6{,}8$ kg. Teplota vody se zvýšila o $\Delta T = 0{,}24$ K. Tíhové zrychlení $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Určete z těchto údajů změnu vnitřní energie vody a přibližnou hodnotu její měrné tepelné kapacity. [$\Delta U = 6{,}6$ kJ, $c \approx 4{,}0\ \mathrm{kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$]

2. Do tepelně izolované tlustostěnné zkumavky o délce 20 cm nalejeme rtuť do výšky 2 cm a změříme její teplotu. Zkumavku pak pevně uzavřeme zátkou, otočíme o 180° (obr. C2-2) a tento děj opakujeme 100krát za sebou.



C2-2

Vysvětlete, proč je teplota rtuti po skončení pokusu větší než na jeho začátku a určete výpočtem přírůstek teploty rtuti ΔT_1. Měrná tepelná kapacita rtuti je $139\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$.

Lze zjistit změnu teploty kapaliny ΔT_2, jestliže k pokusu použijeme místo rtuti vodu a změnu teploty vody měříme teploměrem se stupnicí, v níž 1 dílek $\triangleq$ 0,2 K? Proveďte pro tento případ výpočet a výsledek zdůvodněte. [$\Delta T_1 \approx 1{,}3$ K, $\Delta T_2 \approx 0{,}04$ K]

Skupina A

3. Střela o hmotnosti 20 g pohybující se rychlostí $400\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ prolétne nehybnou dřevěnou deskou vodorovným směrem a sníží při tom svou rychlost na $100\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Určete: a) úbytek kinetické energie střely, b) přírůstek vnitřní energie střely a dřevěné překážky, c) práci, kterou vykonala střela při proražení dřeva.
[1,5 kJ, 1,5 kJ, 1,5 kJ]

Skupina B

3. Stlačený plyn v tepelně izolované nádobě působí na píst o hmotnosti 4,7 kg svisle vzhůru tlakovou silou a po uvolnění ho vyzvedne do výšky 0,30 m. Předpokládáme, že píst se pohybuje v nádobě bez tření. Určete: a) přírůstek potenciální tíhové energie pístu, b) úbytek vnitřní energie plynu, c) práci, kterou plyn při tomto ději vykonal.
[14 J, 14 J, 14 J]

4. Uvedeme vodu o objemu 3 l a teplotě 20 °C do varu za normálního tlaku dodáním tepla 1 MJ?

[Neuvedeme, Δt = 79,7 °C, t = 99,7 °C]

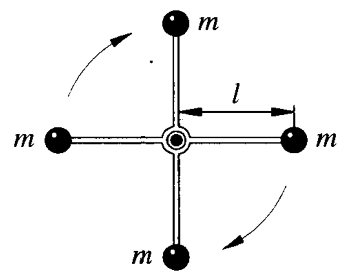
4. Při provozu stroje přijal olej v ložisku o původní teplotě 10 °C teplo 128 kJ. Na jakou hodnotu vzrostla jeho teplota, byl-li objem oleje 1,5 l, hustota 910 kg · m^{-3} a měrná tepelná kapacita oleje 1,7 kJ · kg^{-1} · K^{-1}?

[Δt = 55 °C, t = 65 °C]

5. Hliníkové a olověné těleso mají stejný objem. Které z těchto těles má větší tepelnou kapacitu? Hustota hliníku je 2 700 kg · m^{-3}, měrná tepelná kapacita hliníku 896 J · kg^{-1} · K^{-1}, hustota olova 11 340 kg · m^{-3} a jeho měrná tepelná kapacita 129 J · kg^{-1} · K^{-1}.

[Tepelná kapacita hliníkového tělesa je 1,65krát větší než olověného]

6. Setrvačník má tvar kříže, na jehož ramenech délky 10 cm jsou upevněna čtyři závaží o hmotnostech 0,50 kg (obr. C2-3). Hmotnost ramen je v porovnání s hmotností závaží zanedbatelná. Setrvačník se otáčí bez působení vnější síly s frekvencí otáčení 43 Hz. V určitém okamžiku se třecí síla v ložisku prudce zvýší a setrvačník se náhle zastaví. Jak se změní při tomto ději vnitřní energie setrvačníku a ložiska? Jak se změní vnitřní energie okolního vzduchu, klesne-li teplota obou těles opět na počáteční hodnotu? [730 J, 730 J]



C2-3

7. Jaký je tepelný výkon radiátoru ústředního topení, jestliže při objemovém průtoku vody v radiátoru 0,90 m^3 · h^{-1} se voda ochladí z teploty 92 °C na teplotu 70 °C? [23 kW]

8. Olověná střela letící rychlostí o velikosti 100 m · s^{-1} dopadla na nehybnou dřevěnou desku a uvázla v ní. Určete přírůstek teploty střely, předpokládáme-li, že 50 % její kinetické energie se po nárazu na dřevo změní v její vnitřní energii. [19 °C]

9. Ze stejné výšky nad povrchem Země padala volným pádem dvě tělesa o stejných počátečních teplotách; jedno hliníkové, druhé olověné. Které těleso bude mít po dopadu větší teplotu za předpokladu, že celá kinetická energie se přemění na vnitřní energii tělesa?

[Větší teplotu bude mít těleso olověné]

10. V hliníkové nádobě kalorimetru o hmotnosti 40 g je voda o hmotnosti 150 g; teplota soustavy je 20 °C. Ocelová kulička o hmotnosti 20 g byla rychle přenesena z prostoru pece do nádoby kalorimetru. Určete teplotu prostoru pece, je-li přírůstek teploty vody v kalorimetru 10 °C.

[770 °C]

1) $m_z = 2 \cdot 14 = 28\,kg$

$N = 12$ (počet opakování)

$h = 2{,}0\,m$

$m_{H_2O} = 6{,}8\,kg$

$\Delta T = 0{,}24\,K$

$g = 9{,}8\,m \cdot s^{-2}$

$\Delta U = \boxed{}\,J$

$c_{H_2O} = \boxed{}\,J \cdot kg^{-1} K^{-1}$

$\Delta U = N \cdot E_p$

$\Delta U = N \cdot m_z \cdot g \cdot h$

$\{\Delta U\} = 12 \cdot 28 \cdot 9{,}81 \cdot 2$

$\Delta U \doteq 6600\,J$

$\Delta U = Q \Leftarrow$ nádoba je izolovaná

$c = \frac{Q}{m_{H_2O} \cdot \Delta T}$ $\{c\} = \frac{6600}{6{,}8 \cdot 0{,}24}$ $c \doteq 4000\,J\,kg^{-1}K^{-1}$

---

2) Na začátku je třeba ještě poznamenat, že zkumavku musíme otočit velmi rychle, aby při otáčení o 180° zůstala kapalina ve zkumavce na stejném místě a teprve po zastavení spadla dolů

$\left.\begin{matrix} l = 20\,cm \\ h = 2\,cm \end{matrix}\right\} \Delta h = 18\,cm = 0{,}18\,m$ – když rtuť spadne dolů ~~zastaví~~ změní se její výška jen o 18 cm.

$c_{Hg} = 139\,J\,kg^{-1}K^{-1}$

$c_{H_2O} = 4180\,J\,kg^{-1}K^{-1}$

$N = 100$

$\Delta T_{Hg} = \boxed{}\,K$

$\Delta T_{H_2O} = \boxed{}\,K$

při pádu rtuti se E_p změní na ΔU

$\Delta U = N \cdot mg\Delta h = Q$

$Q = mc\Delta t$

$\Delta t = \frac{Q}{mc}$

$\Delta t = \frac{Nmg\Delta h}{mc}$

$\Delta t = \frac{Ng\Delta h}{c}$

$\{\Delta t\} = \frac{100 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}18}{139}$

$\Delta t = 1{,}3\,°C$ $\Delta T = 1{,}3\,K$

pro vodu $\{\Delta t_{H_2O}\} = \frac{100 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}18}{4180}$

$\Delta t_{H_2O} \doteq 0{,}04\,°C$ $\Delta T_{H_2O} = 0{,}04\,K$

Rtuť by se zahřála o 1,3 K a voda jen o 0,04 K

3A) $m = 0{,}02\,kg$

$v_1 = 400\,m \cdot s^{-1}$

$v_2 = 100\,m \cdot s^{-1}$

$\Delta E_k = \boxed{}\,J$

$\Delta U = \boxed{}\,J$

$W = \boxed{}\,J$

$\Delta E_k = \Delta U = W = 1500\,J$

$\Delta E_k = E_{k1} - E_{k2}$

$\Delta E_k = \frac{m v_1^2}{2} - \frac{m v_2^2}{2}$

$\Delta E_k = \frac{m}{2}(v_1^2 - v_2^2)$

$\{\Delta E_k\} = \frac{0{,}02}{2}(400^2 - 100^2)$

$\Delta E_k = 1500\,J$

3B) $m = 4{,}7\,kg$
$\Delta h = 0{,}30\,m$
$g = 9{,}8\,m \cdot s^{-2}$

$\Delta E_p = \boxed{}\,J$
$\Delta U = \boxed{}\,J$
$W = \boxed{}\,J$

$\Delta E_p = mg\Delta h$
$\{\Delta E_p\} = 4{,}7 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}3$
$\Delta E_p = 14\,000\,J$
$\Delta E_p = \Delta U = W = 14\,000\,J$

4A) $V = 3\,l \overset{H_2O}{\Rightarrow} m = 3\,kg$
$\left.\begin{array}{l} t_1 = 20°C \\ t_2 = 100°C \end{array}\right\} \Delta t = 80°C$
$c = 4180\,J \cdot kg^{-1} K^{-1}$
$Q = \boxed{}\,J$

$Q = mc\Delta t$
$\{Q\} = 3 \cdot 4180 \cdot 80$
$Q = 1\,003\,200\,J$

Na zahřátí k bodu varu je třeba 1,0032 MJ tepla, tedy 1 MJ tepla zahřejeme vodu těsně pod bod varu.

4B)
$Q = mc\Delta t$ $\quad \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = V \cdot \rho$

$Q = 128\,kJ = 128\,000\,J$
$t_0 = 10°C$
$V = 1{,}5\,l = 0{,}0015\,m^3$
$\rho = 910\,kg \cdot m^{-3}$
$c = 1700\,J\,kg^{-1}K^{-1}$

$\Delta t = \boxed{}\,°C$
$t = \boxed{}\,°C$

$\Delta t = \frac{Q}{m \cdot c}$
$\Delta t = \frac{Q}{V \cdot \rho \cdot c}$
$\{\Delta t\} = \frac{128000}{0{,}0015 \cdot 910 \cdot 1700}$
$\Delta t = 55°C$

$t = t_0 + \Delta t$
$t = 10 + 55$
$t = 65°C$

Olej se zahřeje na teplotu 65°C

5.) $V_{Al} = V_{Pb} = V$
$\rho_{Al} = 2700\,kg \cdot m^{-3}$
$\rho_{Pb} = 11\,340\,kg \cdot m^{-3}$
$c_{Al} = 896\,J \cdot kg^{-1} K^{-1}$
$c_{Pb} = 129\,J \cdot kg^{-1} K^{-1}$

$\frac{C_{Al}}{C_{Pb}} = \boxed{}$

$Q = mc\Delta t$
$C = \frac{Q}{\Delta t}$
$C_{Al} = \frac{m \cdot c_{Al} \cdot \Delta t}{\Delta t}$
$C_{Al} = \frac{V \cdot \rho_{Al} \cdot c_{Al} \Delta t}{\Delta t}$
$C_{Al} = V \cdot \rho_{Al} \cdot c_{Al}$
$C_{Pb} = V \cdot \rho_{Pb} \cdot c_{Pb}$

$\frac{C_{Al}}{C_{Pb}} = \frac{\cancel{V} \cdot \rho_{Al} \cdot c_{Al}}{\cancel{V} \cdot \rho_{Pb} \cdot c_{Pb}}$

$\left\{\frac{C_{Al}}{C_{Pb}}\right\} = \frac{2700 \cdot 896}{11\,340 \cdot 129}$

$\frac{C_{Al}}{C_{Pb}} = 1{,}65 \Rightarrow$ zlomek je větší než 1 tzn. v čitateli je větší číslo $\Rightarrow$

$\Rightarrow \quad C_{Al} > C_{Pb}$

(6.) ZDE JE TŘEBA ZOPAKOVAT TROCHU MECHANIKY

moment setrvačnosti $J = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_n r_n^2$

V našem případě $J = 4ml^2$

Energie rotujícího tělesa $E = \frac{J\omega^2}{2}$

$\omega = 2\pi f$

$m = 0{,}5\,kg$

$l = 0{,}1\,m$

$f = 43\,Hz$

$\Delta U = \boxed{}\,J$

Energie setrvačníku se přemění na vnitřní energii

$\Delta U = E$

$\Delta U = \frac{J\omega^2}{2}$

$\Delta U = \frac{4 \cdot m \cdot l^2 \omega^2}{2}$

$\Delta U = \frac{4ml^2 \cdot (2\pi f)^2}{\cancel{2}}$

$\Delta U = 2ml^2 \cdot 4\pi^2 f^2$

$\Delta U = 8\pi^2 m l^2 f^2$

$\{\Delta U\} = 8\pi^2 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}1^2 \cdot 43^2$

$\underline{\underline{\Delta U = 730\,J}}$

(7.)

Objemový průtok $0{,}9\,m^3 \cdot h^{-1}$

tzn: za 1h proteče radiátorem $0{,}9\,m^3$ vody

$\tau = 1h = 3600\,s$

$V = 0{,}9\,m^3$

$\rho = 1000\,kg\,m^{-3}$

$\left.\begin{array}{l} t_1 = 92\,°C \\ t_2 = 70\,°C \end{array}\right\} \Delta t = 22\,°C$

$c = 4200\,J\,kg^{-1}K^{-1}$

$P = \boxed{}\,W$

$P = \frac{Q}{\tau}$

$P = \frac{m c \Delta t}{\tau}$

$P = \frac{V \cdot \rho \cdot c \cdot \Delta t}{\tau}$

$\{P\} = \frac{0{,}9 \cdot 1000 \cdot 4200 \cdot 22}{3600}$

$P \doteq 23\,000\,W = 23\,kW$

Tepelný výkon radiátoru je 23 kW

8.) $v = 100\,m\cdot s^{-1}$ $c =$ $129\ J\,kg^{-1}K^{-1}$

$\Delta U = 50\%$ z ΔE_k

$\Delta t = \boxed{}\ K$

$$\Delta U = 0{,}5 \cdot E_k$$

$$Q = 0{,}5 \cdot E_k$$

$$m c \Delta t = 0{,}5 \cdot \frac{m v^2}{2} \quad /: mc$$

$$\Delta t = 0{,}5 \cdot \frac{m v^2}{2 m c}$$

$$\Delta t = 0{,}5 \cdot \frac{v^2}{2 c}$$

$$\{\Delta t\} = 0{,}5 \cdot \frac{100^2}{2 \cdot 129}$$

Střela se zahřeje o 19 °C

$$\Delta t = 19\ °C$$

9.) $c_{Al} = 896\ J\cdot kg^{-1}K^{-1}$

$c_{Pb} = 129\ J\cdot kg^{-1}K^{-1}$

$h_{Al} = h_{Pb} = h$

$t_{Al} = t_{Pb} = t$

POTENCIÁLNÍ ENERGIE SE PŘEMĚNÍ NA VNITŘNÍ ENERGII

$E_p = Q$

HLINÍK

$$m_{Al} g h = m_{Al} c_{Al} \Delta t_{Al}$$

$$\frac{m_{Al} g h}{m_{Al} c_{Al}} = \Delta t_{Al}$$

$$\Delta t_{Al} = \frac{g h}{c_{Al}}$$

OLOVO

$$\Delta t_{Pb} = \frac{g h}{c_{Pb}}$$

$$\frac{\Delta t_{Al}}{\Delta t_{Pb}} = \frac{\frac{g h}{c_{Al}}}{\frac{g h}{c_{Pb}}} = \frac{\cancel{g h}}{c_{Al}} \cdot \frac{c_{Pb}}{g h} = \frac{c_{Pb}}{c_{Al}}$$

$$\frac{\Delta t_{Al}}{\Delta t_{Pb}} = \frac{c_{Pb}}{c_{Al}} = \frac{129}{896} = 0{,}14$$

$\frac{\Delta t_{Al}}{\Delta t_{Pb}} = 0{,}14 < 1$ Zlomek je < 1 když jmenovatel je větší číslo.

$$\Rightarrow \Delta t_{Pb} > \Delta t_{Al}$$

Olověné těleso se zahřeje více.

10. Hliníková nádoba

$m_{al} = 0{,}04\ kg \qquad c_{al} = 896\ J kg^{-1} K^{-1} \qquad t_{al} = 20°C$

Voda

$m_{H_2O} = 0{,}15\ kg \qquad c_{H_2O} = 4180\ J kg^{-1} K^{-1} \qquad t_{H_2O} = 20°C$

Ocelová kulička

$m_{Fe} = 0{,}02\ kg \qquad c_{Fe} = 450\ J kg^{-1} K^{-1} \qquad t_{Fe} = \boxed{}\ °C$

voda + hliník se ohřály o $\Delta t = 10\ °C$
tedy na $30\ °C = t$

TEPLO, KTERÉ PŘIJME H_2O a al = teplo, které odevzdá kulička

$$m_{al} c_{al} \Delta t + m_{H_2O} c_{H_2O} \Delta t = m_{Fe} c_{Fe} (t_{Fe} - t)$$

$$(m_{al} c_{al} + m_{H_2O} c_{H_2O}) \cdot \Delta t = m_{Fe} c_{Fe} t_{Fe} - m_{Fe} c_{Fe} t$$

$$\frac{\Delta t (m_{al} c_{al} + m_{H_2O} c_{H_2O}) + m_{Fe} c_{Fe} \cdot t}{m_{Fe} c_{Fe}} = t_{Fe}$$

$$\{t_{Fe}\} = \frac{10(0{,}04 \cdot 896 + 0{,}15 \cdot 4180) + 0{,}02 \cdot 450 \cdot 30}{0{,}02 \cdot 450}$$

$$t_{Fe} = 770\ °C$$

Ocelová kulička měla teplotu 770 °C

KALORIMETRICKÁ ROVNICE

Úloha 40

Určete hmotnost vařicí vody, kterou je třeba přilít do vody o hmotnosti 5 kg a teplotě 9 °C, aby výsledná teplota vody byla 30 °C. Předpokládáme, že tepelná výměna nastala jen mezi teplejší a studenější vodou.

Řešení

$m_1 = 5$ kg, $t_1 = 9$ °C, $t = 30$ °C, $t_2 = 100$ °C; $m_2 = ?$

Teplo, které odevzdá vařicí voda, se rovná teplu, které přijme studenější voda. Platí proto

$$m_2 c(t_2 - t) = m_1 c(t - t_1), \quad \text{odkud} \quad m_2 = \frac{t - t_1}{t_2 - t} m_1.$$

$$\text{Číselně} \quad m_2 = \frac{30 - 9}{100 - 30} \cdot 5 \text{ kg} = 1{,}5 \text{ kg}.$$

Do studenější vody je třeba přilít vařicí vodu o hmotnosti 1,5 kg.

Poznámka

Kalorimetrickou rovnici, kterou používáme při řešení některých úloh z termiky, se nikdy neučíme nazpamět. Tuto rovnici sestavujeme u každé úlohy zvlášť podle zadaných podmínek úlohy a podle zvoleného způsobu označení fyzikálních veličin.

Úloha 41

Do vody o hmotnosti 800 g a teplotě 12 °C byla ponořena platinová koule o hmotnosti 150 g, která byla předtím ponechána v žáru pece. Po dosažení rovnovážného stavu byla výsledná teplota soustavy 19 °C. Určete teplotu pece. Měrná tepelná kapacita vody je 4 180 J · kg^{-1} · K^{-1}, měrná tepelná kapacita platiny je 133 J · kg^{-1} · K^{-1}. Předpokládáme, že tepelná výměna nastala jen mezi platinovou koulí a vodou.

Řešení

$m_1 = 0{,}8$ kg, $t_1 = 12$ °C, $c_1 = 4\,180$ J · kg^{-1} · K^{-1}, $m_2 = 0{,}15$ kg, $c_2 = 133$ J · kg^{-1} · K^{-1}, $t = 19$ °C; $t_2 = ?$

Podle kalorimetrické rovnice se teplo, které odevzdá platinová koule, rovná teplu, které přijme voda. Platí proto

$$m_2 c_2(t_2 - t) = m_1 c_1(t - t_1), \quad \text{odkud} \quad t_2 = \frac{m_1 c_1 (t - t_1)}{m_2 c_2} + t.$$

$$\text{Číselně} \quad t_2 = \left(\frac{0{,}8 \cdot 4\,180(19 - 12)}{0{,}15 \cdot 133} + 19\right) \text{°C} = 1\,192 \text{ °C} \doteq 1\,200 \text{ °C}.$$

Teplota pece je asi 1 200 °C.

Poznámka

Při ponoření zahřáté platinové koule do vody se část vody odpaří. Teplo potřebné k tomuto odpaření jsme při řešení úlohy neuvažovali.

Úloha 42

Do skleněné nádoby o hmotnosti 120 g a teplotě 15 °C nalijeme vodu o hmotnosti 200 g a teplotě 80 °C. Jaké teplo přijme skleněná nádoba? Měrná tepelná kapacita skla je 840 J · kg^{-1} · K^{-1}, vody 4 180 J · kg^{-1} · K^{-1}. Předpokládáme, že tepelná výměna nastala jen mezi skleněnou nádobou a vodou.

Řešení

$m_1 = 0{,}12$ kg, $t_1 = 15$ °C, $c_1 = 840$ J · kg^{-1} · K^{-1}, $m_2 = 0{,}2$ kg, $t_2 = 80$ °C, $c_2 = 4\,180$ J · kg^{-1} · K^{-1}; $Q = ?$

Teplo, které přijme skleněná nádoba, lze vyjádřit vztahem

$$Q = m_1 c_1 (t - t_1), \qquad \text{(a)}$$

kde t_1 je počáteční teplota nádoby a t výsledná teplota soustavy po dosažení rovnovážného stavu. Neznámou teplotu t můžeme vyjádřit z kalorimetrické rovnice

$$m_2 c_2 (t_2 - t) = m_1 c_1 (t - t_1), \qquad \text{(b)}$$

kde $m_2 c_2 (t_2 - t)$ je teplo, které odevzdá voda skleněné nádobě, a $m_1 c_1 (t - t_1)$ je teplo, které skleněná nádoba přijme. Z rovnice (b) vyplývá

$$t = \frac{m_1 c_1 t_1 + m_2 c_2 t_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$$

a po dosazení do (a)

$$Q = m_1 c_1 \left(\frac{m_1 c_1 t_1 + m_2 c_2 t_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} - t_1\right).$$

Převedeme-li výraz v závorce na společného jmenovatele, dostaneme po úpravách obecné řešení ve tvaru

$$Q = \frac{m_1 c_1 m_2 c_2 (t_2 - t_1)}{m_1 c_1 + m_2 c_2}.$$

$$\text{Číselně} \quad Q = \frac{0{,}12 \cdot 840 \cdot 0{,}2 \cdot 4\,180(80 - 15)}{0{,}12 \cdot 840 + 0{,}2 \cdot 4\,180} \text{ J} \doteq 5{,}85 \cdot 10^3 \text{ J} \doteq 5{,}9 \text{ kJ}.$$

Skleněná nádoba přijme teplo 5,9 kJ.

Úloha 43

V měděném kalorimetru o hmotnosti 200 g je voda o hmotnosti 150 g a teplotě 18 °C. Do vody ponoříme ocelový váleček o hmotnosti 100 g a teplotě

50 °C. Určete výslednou teplotu soustavy po dosažení rovnovážného stavu. Měrná tepelná kapacita mědi je 383 J · kg^{-1} · K^{-1}, vody 4 180 J · kg^{-1} · K^{-1} a oceli 452 J · kg^{-1} · K^{-1}.

Řešení

$m_1 = 0{,}2$ kg, $c_1 = 383$ J · kg^{-1} · K^{-1}, $m_2 = 0{,}15$ kg, $c_2 = 4\,180$ J · kg^{-1} · K^{-1}, $t_2 = 18$ °C, $m_3 = 0{,}1$ kg, $c_3 = 452$ J · kg^{-1} · K^{-1}, $t_3 = 50$ °C; $t = ?$

Poněvadž teplo, které po ponoření do vody odevzdá zahřátý ocelový váleček, se rovná teplu, které přijme voda a kalorimetr, lze kalorimetrickou rovnici napsat ve tvaru

$$m_3c_3(t_3 - t) = m_2c_2(t - t_2) + m_1c_1(t - t_2),$$

odkud po úpravě vyplývá

$$t = \frac{(m_1c_1 + m_2c_2)t_2 + m_3c_3t_3}{m_1c_1 + m_2c_2 + m_3c_3}.$$

Číselně

$$t = \frac{(0{,}2 \cdot 383 + 0{,}15 \cdot 4\,180)18 + 0{,}1 \cdot 452 \cdot 50}{0{,}2 \cdot 383 + 0{,}15 \cdot 4\,180 + 0{,}1 \cdot 452}\ ^\circ\mathrm{C} \doteq 19{,}9\ ^\circ\mathrm{C} \doteq 20\ ^\circ\mathrm{C}.$$

Výsledná teplota soustavy po dosažení rovnovážného stavu je 20 °C.

Úloha 44

V kalorimetru o tepelné kapacitě 400 J · K^{-1} je voda o hmotnosti 650 g a teplotě 17 °C. Do vody vložíme hliníkové těleso o hmotnosti 78 g a teplotě 90 °C. Výsledná teplota soustavy po dosažení rovnovážného stavu je 18,6 °C. Určete měrnou tepelnou kapacitu hliníku. Měrná kapacita vody je 4 180 J · kg^{-1} · K^{-1}.

Řešení

$m_1 = 0{,}65$ kg, $t_1 = 17$ °C, $c_1 = 4\,180$ J · kg^{-1} · K^{-1}, $m_2 = 0{,}078$ kg, $t_2 = 90$ °C, $t = 18{,}6$ °C, $C_k = 400$ J · K^{-1}; $c_2 = ?$

Teplo, které odevzdá hliníkové těleso, se rovná teplu, které přijme voda a kalorimetr. Platí proto

$$m_2c_2(t_2 - t) = m_1c_1(t - t_1) + C_k(t - t_1),$$

$$\text{odkud} \quad c_2 = \frac{(m_1c_1 + C_k)(t - t_1)}{m_2(t_2 - t)}.$$

Číselně $$c_2 = \frac{(0{,}65 \cdot 4\,180 + 400)(18{,}6 - 17)}{0{,}078(90 - 18{,}6)}\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}} \doteq 895\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}.$$

Měrná tepelná kapacita hliníku je 895 J · kg^{-1} · K^{-1}.

Úloha 45

V kalorimetru o tepelné kapacitě 90 J · K^{-1} je voda o hmotnosti 200 g. Teplota soustavy je 80 °C. Do vody ponoříme měděný váleček o hmotnosti 100 g a teplotě 20 °C. Určete výslednou teplotu soustavy po vytvoření rovnovážného stavu. Měrná tepelná kapacita vody je 4 180 J · kg^{-1} · K^{-1}, mědi 383 J · kg^{-1} · K^{-1}.

Řešení

$m_1 = 0{,}2$ kg, $t_1 = 80$ °C, $c_1 = 4\,180$ J · kg^{-1} · K^{-1}, $C_k = 90$ J · K^{-1}, $m_2 = 0{,}1$ kg, $t_2 = 20$ °C, $c_2 = 383$ J · kg^{-1} · K^{-1}; $t = ?$

Měděný váleček má před vložením do kalorimetru nižší teplotu, než je teplota vody a kalorimetru. Podle kalorimetrické rovnice se proto teplo, které odevzdá voda a kalorimetr, rovná teplu, které přijme měděný váleček. Platí proto

$$m_1c_1(t_1 - t) + C_k(t_1 - t) = m_2c_2(t - t_2)$$

a odtud po úpravách

$$t = \frac{(m_1c_1 + C_k)t_1 + m_2c_2t_2}{m_1c_1 + m_2c_2 + C_k}.$$

Číselně $$t = \frac{(0{,}2 \cdot 4\,180 + 90)80 + 0{,}1 \cdot 383 \cdot 20}{0{,}2 \cdot 4\,180 + 0{,}1 \cdot 383 + 90}\ ^\circ\mathrm{C} = 77{,}6\ ^\circ\mathrm{C} \doteq 78\ ^\circ\mathrm{C}.$$

Výsledná teplota soustavy po dosažení rovnovážného stavu je 78 °C.

Úloha 46

Do vody o hmotnosti 0,05 kg ponoříme teploměr o tepelné kapacitě 3 J · K^{-1}. Před ponořením do vody ukazoval teploměr teplotu 20 °C, po dosažení rovnovážného stavu 80 °C. Jaká byla teplota vody před měřením? Předpokládáme, že tepelná výměna nastala jen mezi vodou a teploměrem. Měrná tepelná kapacita vody je 4 180 J · kg^{-1} · K^{-1}.

Řešení

$m_1 = 0{,}05$ kg, $c_1 = 4\,180$ J · kg^{-1} · K^{-1}, $t_2 = 20$ °C, $t = 80$ °C, $C_t = 3$ J · K^{-1}; $t_1 = ?$

Kalorimetrickou rovnici pro tepelnou výměnu mezi teplejší vodou a studenějším teploměrem můžeme napsat ve tvaru

$$m_1 c_1 (t_1 - t) = C_t (t - t_2),$$

kde $m_1 c_1 (t_1 - t)$ je teplo, které teplejší voda odevzdá teploměru při svém ochlazení z počáteční teploty t_1 na výslednou teplotu t, a $C_t(t - t_2)$ je teplo, které přijme teploměr při jeho ohřátí z počáteční teploty t_2 na výslednou teplotu t. Z kalorimetrické rovnice po úpravě dostáváme

$$t_1 = \frac{C_t(t - t_2) + m_1 c_1 t}{m_1 c_1}.$$

Číselně $t_1 = \dfrac{3(80 - 20) + 0{,}05 \cdot 4\,180 \cdot 80}{0{,}05 \cdot 4\,180}\ ^\circ\mathrm{C} \doteq 80{,}9\ ^\circ\mathrm{C} \doteq 81\ ^\circ\mathrm{C}.$

Voda před ponořením teploměru měla počáteční teplotu 81 °C.

✎ *Poznámka*

Všimněte si, že po ponoření teploměru a dosažení rovnovážného stavu se voda ochladila asi o 1 °C. Tepelná kapacita teploměru může mít tedy v některých případech vliv na přesnost měření teploty.

Úloha 47

V kalorimetru, jehož tepelná kapacita je $45{,}2\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}$, je voda o hmotnosti 500 g a teplotě 15 °C. Do kalorimetru vložíme olověné a hliníkové těleso o celkové hmotnosti 150 g a teplotě 100 °C. Výsledná teplota soustavy po dosažení rovnovážného stavu je 17 °C. Určete hmotnosti olověného a hliníkového tělesa. Měrná tepelná kapacita vody je $4\,180\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$, olova $129\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$ a hliníku $896\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$.

Řešení

Voda: $m_v = 0{,}5$ kg, $t_v = 15\ ^\circ\mathrm{C}$, $c_v = 4\,180\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$
Olovo: $t_1 = 100\ ^\circ\mathrm{C}$, $c_1 = 129\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$
Hliník: $t_2 = 100\ ^\circ\mathrm{C}$, $c_2 = 896\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$
Další údaje: $t = 17\ ^\circ\mathrm{C}$, $C_k = 45{,}2\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}$, $m = m_1 + m_2 = 0{,}15$ kg;
$m_1 = ?$, $m_2 = ?$

Teplo, které odevzdá olověné a hliníkové těleso, se rovná teplu, které přijme voda a kalorimetr. Platí proto

$$m_1 c_1 (t_1 - t) + m_2 c_2 (t_2 - t) = m_v c_v (t - t_v) + C_k (t - t_v).$$

Poněvadž $m_2 = m - m_1$, dostaneme po dosazení

$$m_1 c_1 (t_1 - t) + (m - m_1) c_2 (t_2 - t) = (m_v c_v + C_k)(t - t_v)$$

a odtud po úpravě

$$m_1 = \frac{m c_2 (t - t_2) + (m_v c_v + C_k)(t - t_v)}{c_1 (t_1 - t) - c_2 (t_2 - t)}.$$

Číselně $m_1 = \dfrac{0{,}15 \cdot 896(17 - 100) + (0{,}5 \cdot 4\,180 + 45{,}2)(17 - 15)}{129(100 - 17) - 896(100 - 17)}$ kg,

$$m_1 \doteq 0{,}108\ \mathrm{kg} = 108\ \mathrm{g},$$

$$m_2 = m - m_1 = 150\ \mathrm{g} - 108\ \mathrm{g} = 42\ \mathrm{g}.$$

Olověné těleso má hmotnost 108 g, hliníkové 42 g.