Cvičení 6 MECHANICKÁ PRÁCE, VÝKON A ÚČINNOST

Příklad 1

Jakou práci vykonáme, posuneme-li rovnoměrným pohybem těleso o hmotnosti 20 kg do vzdálenosti 5,0 m vzhůru po nakloněné rovině, která svírá s vodorovnou rovinou úhel 30°? Součinitel smykového tření mezi tělesem a rovinou je 0,20.

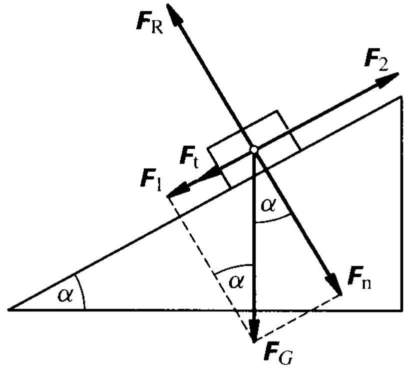
Řešení

$m = 20\,\text{kg}, \ s = 5{,}0\,\text{m}, \ \alpha = 30°, \ f = 0{,}20, \ g = 9{,}8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}; \ W = ?$

Tíhovou sílu $\boldsymbol{F}_G$ působící na těleso rozložíme na dvě navzájem kolmé složky $\boldsymbol{F}_1$ a $\boldsymbol{F}_n$ (obr. C6-1). Na těleso působíme silou $\boldsymbol{F}_2$, která je rovnoběžná s nakloněnou rovinou a při posouvání tělesa koná práci. Proti pohybu tělesa směřuje třecí síla $\boldsymbol{F}_t$, jejíž velikost je $F_t = f F_n$. Pohybový účinek síly $\boldsymbol{F}_n$ se ruší reakcí podložky $\boldsymbol{F}_R = -\boldsymbol{F}_n$.

Jestliže se těleso posouvá vzhůru po nakloněné rovině rovnoměrným po-

hybem, je výslednice sil, které na ně působí, nulová. To znamená, že velikost síly $\boldsymbol{F}_2$ je rovna součtu velikostí sil $\boldsymbol{F}_1$ a $\boldsymbol{F}_t$, tedy $F_2 = F_1 + F_t$.



C6-1

Podle obr. C6-1 je $F_1 = F_G \sin\alpha$, $F_n = F_G \cos\alpha$, velikost třecí síly je $F_t = f F_n = f F_G \cos\alpha$. Dosadíme-li $F_G = mg$, máme pro velikost síly F_2 vztah

$$F_2 = mg(\sin\alpha + f\cos\alpha).$$

Práce, kterou tato síla vykoná na dráze s, je

$$W = F_2 s = mgs(\sin\alpha + f\cos\alpha).$$

Pro dané hodnoty je $W = 660$ J.

Při posunutí tělesa vzhůru po nakloněné rovině vykonáme práci 660 J.

Příklad 2

Automobil o hmotnosti 1 000 kg jede po přímé vodorovné silnici rychlostí 5,0 m·s^{-1}. Při této rychlosti řidič přidá plyn a udržuje výkon motoru na hodnotě 36 kW. Proti pohybu automobilu působí stálá odporová síla o velikosti 1 200 N. Odvoďte vztah pro závislost velikosti zrychlení automobilu na jeho rychlosti. Sestrojte graf závislosti zrychlení automobilu na jeho rychlosti a určete, jaké maximální rychlosti automobil za daných podmínek dosáhne.

Řešení

$m = 1\,000\,\text{kg}, \ P = 36\,000\,\text{W}, \ F_o = 1\,200\,\text{N}; \ a = ?, \ v_{max} = ?$

Motor automobilu působí tažnou silou, pro jejíž velikost platí vztah

$$F_1 = \frac{P}{v}.$$

Výsledná síla působící na automobil má velikost

$$F = F_1 - F_o = \frac{P}{v} - F_o.$$

Podle druhého pohybového zákona je velikost zrychlení automobilu

$$a = \frac{F}{m},$$

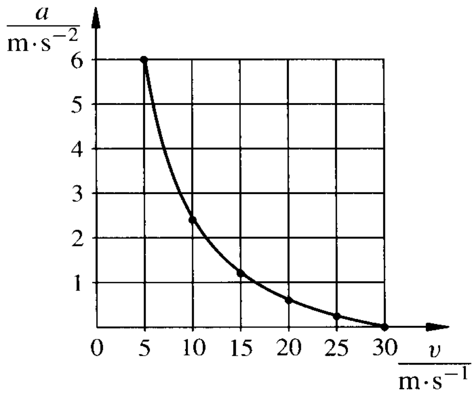
neboli

$$a = \frac{1}{m}\left(\frac{P}{v} - F_o\right).$$

Sestavíme tabulku velikosti zrychlení v závislosti na rychlosti:

$\frac{v}{\mathrm{m \cdot s^{-1}}}$	5	10	15	20	25	30
$\frac{a}{\mathrm{m \cdot s^{-2}}}$	6,0	2,4	1,2	0,60	0,24	0

Z hodnot obsažených v této tabulce sestrojíme graf (obr. C6-2).



C6-2

Z tabulky i z grafu vidíme, že zrychlení automobilu s rostoucí rychlostí klesá a při rychlosti 30 m·s^{-1} je nulové. Větší rychlosti automobil za daných podmínek nemůže dosáhnout.

Maximální rychlost automobilu můžeme určit také výpočtem. Při maximální dosažitelné rychlosti je pohyb automobilu rovnoměrný, výslednice sil, které na něj působí, je nulová. Platí tedy vztah

$$F = \frac{P}{v_{max}} - F_o = 0$$

a odtud maximální rychlost

$$v_{max} = \frac{P}{F_o}.$$

Pro dané hodnoty je $v_{max} = 30\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Automobil dosáhne maximální rychlosti 30 m·s^{-1}.

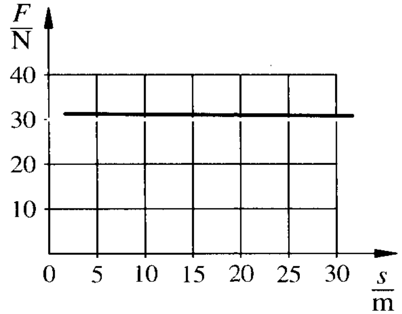
Úlohy

Pokud není uvedeno jinak, dosazujte za $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. První tři úlohy řešte ve skupinách A a B.

Skupina A

1. Na obr. C6-3 je nakreslen graf závislosti síly působící na těleso na dráze tělesa. Síla má směr trajektorie tělesa. Určete práci, kterou síla vykoná na úseku dráhy od $s_1 = 5$ m do $s_2 = 15$ m.

[300 J]



C6-3

2. Chlapec tlačí po vodorovné podlaze bednu, přičemž na ni působí ve směru trajektorie silou o velikosti 60 N. Určete a) práci, kterou vykoná, posune-li bednu do vzdálenosti 20 m, b) výkon chlapce, posunuje-li bednu rychlostí 0,40 m·s^{-1}.

[a) 1 200 J; b) 24 W]

3. Moped jede při výkonu motoru 800 W po dobu 10 minut. Určete a) práci, kterou motor za tuto dobu vykoná, b) příkon motoru, je-li jeho účinnost 25 %.

[a) 480 kJ; b) 3,2 kW]

Skupina B

1. Na obr. C6-3 je nakreslen graf závislosti síly působící na těleso na dráze tělesa. Síla má směr trajektorie tělesa. Určete práci, kterou síla vykoná na úseku dráhy od $s_1 = 10$ m do $s_2 = 30$ m.

[600 J]

2. Motor automobilu, který jede stálou rychlostí 20 m·s^{-1}, pracuje s výkonem 10 kW. Vypočtěte a) práci, kterou motor vykoná za dobu 2 minuty, b) velikost tažné síly, kterou motor působí.

[a) 1,2 MJ; b) 500 N]

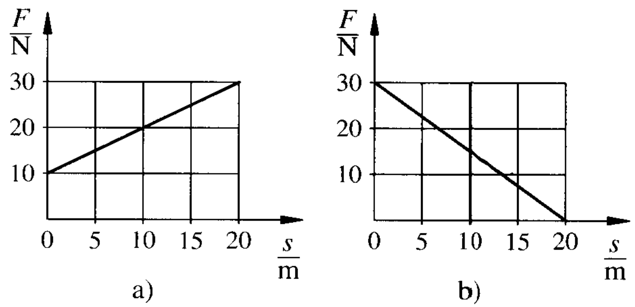
3. Stroj s příkonem 25 kW vykoná za 10 minut práci 12 MJ. Určete a) výkon stroje, b) účinnost stroje.

[a) 20 kW; b) 80 %]

4. Určete práci, kterou musíme vykonat, abychom po vodorovné podlaze přemístili těleso o hmotnosti 400 kg do vzdálenosti 20 m rovnoměrným pohybem, je-li součinitel smykového tření mezi tělesem a podlahou 0,15. ($g = 10\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$) [12 kJ]

5. Cestující ve vlaku zvedá zavazadlo o hmotnosti 6 kg do výšky 2,0 m. Jakou práci vykoná, zvedá-li zavazadlo a) rovnoměrným pohybem, b) rovnoměrně zrychleným pohybem se zrychlením o velikosti $0{,}50\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$? [a) 118 J; b) 124 J]

6. Na obr. C6-4 jsou nakresleny dva grafy závislosti síly působící na těleso na jeho dráze. Určete práci, kterou síla v daných případech vykoná na dráze 20 m. [a) 400 J; b) 300 J]



C6-4

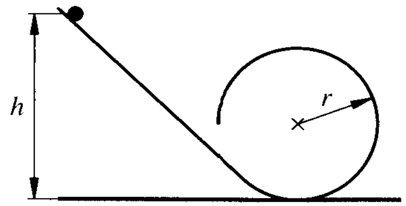
7. Lokomotiva, která táhne vlak, vyvíjí při rychlosti $72\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$ tažnou sílu $2{,}7 \cdot 10^4$ N. Určete a) výkon lokomotivy, b) práci, kterou vykoná na dráze 10 km. [a) 540 kW; b) 270 MJ]

8. Elektromotor s příkonem 12 kW zvedne kabinu výtahu o hmotnosti 550 kg do výšky 30 m rovnoměrným pohybem za dobu 15 s. Jaká je účinnost elektromotoru? [90 %]

Cvičení 7 MECHANICKÁ ENERGIE

Příklad 1

Nakloněná rovina přechází ve válcovou plochu o poloměru 0,2 m (obr. C7-1). Po nakloněné rovině klouže bez tření malé těleso s nulovou počáteční rychlostí. Z jaké nejmenší výšky musíme těleso vypustit, aby vykonalo ve válcové ploše celou obrátku?



C7-1

Řešení

$r = 0{,}2$ m; $h = ?$

V nejvyšším bodě válcové plochy musí mít těleso takovou rychlost, aby se setrvačná odstředivá síla alespoň rovnala tíhové síle. Podmínka pro vykonání celé obrátky je

$$\frac{mv^2}{r} \geq mg.$$

Pro nejmenší rychlost, při které těleso vykoná celou obrátku, jsou velikosti obou sil stejné, z čehož pro rychlost vyplývá vztah

$$v = \sqrt{rg}.$$

Těleso klouže po nakloněné rovině i po vnitřním povrchu válce bez tření, platí tedy zákon zachování mechanické energie.

Těleso vypuštěné z výšky h vystoupí do výšky $2r$. Úbytek jeho tíhové potenciální energie je

$$\Delta E_{\mathrm{p}} = mgh - 2mgr.$$

V nejvyšší poloze na nakloněné rovině je těleso v klidu, ve výšce $2r$ má rychlost v. Přírůstek jeho kinetické energie je tedy

$$\Delta E_{\mathrm{k}} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mgr.$$

Podle zákona zachování mechanické energie je úbytek tíhové potenciální energie tělesa rovný přírůstku jeho kinetické energie, $\Delta E_{\mathrm{p}} = \Delta E_{\mathrm{k}}$, neboli

$$mgh - 2mgr = \frac{1}{2}mgr.$$

Odtud hledaná výška

$$h = \frac{5}{2}r.$$

Pro danou hodnotu poloměru válcové plochy je $h = 0{,}5$ m.

Aby těleso vykonalo na válcové ploše celou obrátku, musíme je vypustit z minimální výšky 0,5 m.

Příklad 2

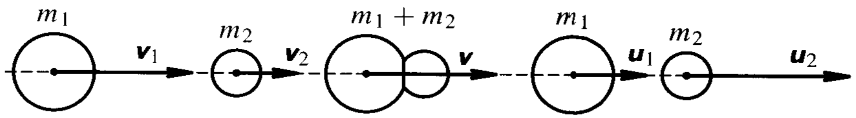
Dvě dokonale pružné koule o hmotnostech 5 kg a 3 kg se pohybují po téže vodorovné přímce týmž směrem rychlostmi $3\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ a $1\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ a srazí se. Vektory obou rychlostí leží v téže přímce, procházející středy obou koulí (centrální srážka). Vypočtěte rychlosti obou koulí po jejich dokonale pružné srážce.*

Řešení

$m_1 = 5\ \mathrm{kg},\ m_2 = 3\ \mathrm{kg},\ v_1 = 3\ \mathrm{m\cdot s^{-1}},\ v_2 = 1\ \mathrm{m\cdot s^{-1}};\ u_1 = ?\ u_2 = ?$

Při srážce dvou dokonale pružných koulí probíhá srážka ve dvou fázích. V první fázi se koule deformují, přičemž se jejich rychlosti vyrovnají na společnou rychlost jako při nepružné srážce. Část kinetické energie koulí se při tom přemění na energii pružnosti.

Ve druhé fázi se energie pružnosti koulí přemění opět na kinetickou energii. Koule se od sebe odrazí a pohybují se po téže přímce jinými rychlostmi, které označíme $\boldsymbol{u}_1$ a $\boldsymbol{u}_2$ (obr. C7-2).



C7-2

Koule tvoří izolovanou soustavu těles, platí tedy pro ně zákon zachování hybnosti. Protože jsou koule dokonale pružné, platí pro ně i zákon zachování mechanické energie, v daném případě kinetické energie.

Zákon zachování hybnosti vyjádříme vztahem

$$m_1\boldsymbol{v}_1 + m_2\boldsymbol{v}_2 = m_1\boldsymbol{u}_1 + m_2\boldsymbol{u}_2.$$

* Jako první rozlišil pružné a nepružné srážky český přírodovědec a lékař JAN MAREK MARCI z Kronlandu (dnešní Lanškroun; 1595 - 1667). Zkoumal nejen zákonitosti rázu koulí, ale i zákony optiky. Byl rektorem pražské univerzity a vlastně i prvním českým fyzikem.

Pro velikosti hybností platí v našem případě, kdy předpokládáme, že všechny rychlosti mají stejný směr, vztah

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2.$$

Tíhová potenciální energie koulí se nemění. Zákon zachování mechanické energie vyjádříme pomocí kinetických energií koulí:

$$\frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 = \frac{1}{2}m_1 u_1^2 + \frac{1}{2}m_2 u_2^2$$

Pro hledané rychlosti koulí po srážce jsme získali dvě rovnice. Při jejich řešení je nejvýhodnější následující postup.

V obou rovnicích převedeme výrazy obsahující hmotnost m_1 na levou stranu, výrazy obsahující hmotnost m_2 na pravou stranu. Druhou rovnici vynásobíme dvěma. Dostaneme rovnice

$$m_1 v_1 - m_1 u_1 = m_2 u_2 - m_2 v_2,$$
$$m_1 v_1^2 - m_1 u_1^2 = m_2 u_2^2 - m_2 v_2^2.$$

Nyní určíme podíl levých i pravých stran obou rovnic. Dostaneme

$$\frac{v_1^2 - u_1^2}{v_1 - u_1} = \frac{u_2^2 - v_2^2}{u_2 - v_2},$$

neboli

$$\frac{(v_1 + u_1)(v_1 - u_1)}{v_1 - u_1} = \frac{(u_2 + v_2)(u_2 - v_2)}{u_2 - v_2}.$$

Pro rychlosti tedy platí vztah

$$v_1 + u_1 = v_2 + u_2.$$

Rychlost druhé koule po srážce je

$$u_2 = v_1 + u_1 - v_2.$$

Takto vyjádřenou rychlost u_2 dosadíme do vztahu pro zákon zachování hybnosti:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2(v_1 + u_1 - v_2)$$

a odtud po úpravě je rychlost první koule po srážce

$$u_1 = \frac{2m_2 v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}.$$

Analogickým postupem získáme pro rychlost druhé koule vztah

$$u_2 = \frac{2m_1v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2}.$$

Pro dané hodnoty je $u_1 = 1{,}5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, $u_2 = 3{,}5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Obě koule se po srážce pohybují původním směrem; první rychlostí $1{,}5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, druhá rychlostí $3{,}5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Úlohy

Pokud není uvedeno jinak, dosazujte za $g = 9{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$. První tři úlohy řešte ve skupinách A a B.

Skupina A

1. Ve vagonu vlaku, který jede rychlostí $15\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, běží člověk o hmotnosti 60 kg rychlostí $5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Vypočtěte jeho kinetickou energii vzhledem k povrchu Země, běží-li a) ve směru jízdy vagónu, b) proti směru jízdy. [a) 12 kJ; b) 3 kJ]

2. Model letadla o hmotnosti 0,4 kg letí rychlostí $10\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ ve výšce 20 m nad povrchem Země. Vypočtěte a) kinetickou energii, b) tíhovou potenciální energii, c) celkovou mechanickou energii modelu vzhledem k povrchu Země. ($g = 10\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$) [a) 20 J; b) 80 J; c) 100 J]

3. Kámen padá volným pádem z věže o výšce 80 m. V jaké výšce nad povrchem Země je jeho tíhová potenciální energie rovna jeho kinetické energii? [40 m]

Skupina B

1. Po palubě lodi, která pluje rychlostí $6{,}5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, jde lodník o hmotnosti 80 kg rychlostí $1{,}5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Vypočtěte jeho kinetickou energii vzhledem k povrchu Země, jde-li a) ve směru plavby, b) proti směru plavby. [a) 2,6 kJ; b) 1,0 kJ]

2. Kámen o hmotnosti 0,5 kg je vržen rychlostí $20\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ ve výšce 20 m nad povrchem Země. Vypočtěte a) kinetickou energii, b) tíhovou potenciální energii, c) celkovou mechanickou energii kamene vzhledem k povrchu Země. ($g = 10\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$) [a) 100 J; b) 100 J; c) 200 J]

3. Míč padá volným pádem z výšky 16 m. V jaké výšce nad povrchem Země je jeho tíhová potenciální energie rovna jeho kinetické energii? [8 m]

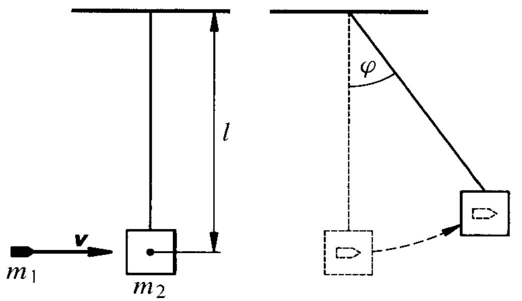
4. Model letadla o hmotnosti 2,0 kg vyletěl z výšky 10 m do výšky 15 m a při tom jeho rychlost vzrostla z $16\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ na $20\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Jakou práci vykonal motor modelu? Odpor vzduchu neuvažujte. [240 J]

5. Vozík o hmotnosti 250 kg jede po vodorovných kolejích rychlostí $2{,}4\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ a srazí se s vozíkem o hmotnosti 500 kg, který jede rychlostí $1{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Při srážce se oba vozíky spolu spojí a dále se pohybují společně. Vypočtěte úbytek mechanické energie vozíků při srážce, jestliže vozíky před srážkou jedou a) za sebou, b) proti sobě. [a) 30 J; b) 1,5 kJ]

6. Chlapec jede na kolečkových bruslích po vodorovné rovině rychlostí $8{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ a vjede na stoupající šikmou rovinu, která svírá s vodorovnou rovinou úhel 11°. Jakou dráhu na šikmé rovině ujede setrvačností, než se zastaví? Tření a odpor vzduchu neuvažujte. [17 m]

7. Na provaze je zavěšena dřevěná kostka o hmotnosti 3,6 kg. Těžiště kostky je ve vzdálenosti 2,5 m od místa závěsu. Na kostku je vodorovným směrem vystřelena střela o hmotnosti 0,020 kg a je zachycena v kostce (obr. C7-3). Vektorová přímka rychlosti střely prochází těžištěm kostky. Provaz s kostkou a střelou se odchýlí o úhel 35° od svislého směru. Určete rychlost střely v okamžiku nárazu na kostku. Odpor vzduchu neuvažujte.

$$\left[v = \frac{m_1 + m_2}{m_1}\sqrt{2gl(1-\cos\varphi)} = 540\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}\right]$$



C7-3

8. Dokonale pružná koule se pohybuje rychlostí $6\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ a narazí centrálně na stejnou kouli, která je před srážkou v klidu. Vypočtěte rychlosti koulí po srážce. [$0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, $6\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Koule o stejných hmotnostech si při dokonale pružné srážce „vymění" rychlosti]

9. Koule o hmotnosti 1 kg narazí rychlostí $6\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ centrálně na kouli o hmotnosti 3 kg, která se pohybuje týmž směrem rychlostí $2\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Vypočtěte rychlosti koulí po jejich dokonale pružné srážce. [$u_1 = 0$, $u_2 = 4\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$; první koule se zastaví, druhá se pohybuje původním směrem rychlostí $4\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$]

CVIČENÍ 6

1A $\Delta s = 10\,m$ $F = 30\,N$ $W = \square\,J$

$W = F \cdot \Delta s$ $\{W\} = 30 \cdot 10$ $\underline{W = 300\,J}$

2A $F = 60\,N$ $s = 20\,m$ $v = 0{,}4\,m \cdot s^{-1}$ $W = \square\,J$ $P = \square\,W$

$W = F \cdot s$ $\{W\} = 60 \cdot 20$ $\underline{W = 1200\,J}$

$P = F \cdot v$ $\{P\} = 60 \cdot 0{,}4$ $\underline{P = 24\,W}$

3A $P = 800\,W$ $t = 600\,s$ $W = \square\,J$ $P_0 = \square\,W$

$\eta = 0{,}25$

$W = P \cdot t$ $\{W\} = 800 \cdot 600$ $W = 480\,000\,J = \underline{0{,}48\,MJ}$

$P_0 = \frac{P}{\eta}$ $\{P_0\} = \frac{800}{0{,}25}$ $P_0 = 3200\,W = \underline{3{,}2\,kW}$

1B $F = 30\,N$ $\Delta s = 20\,m$ $W = \square\,J$

$W = F \cdot \Delta s$ $\{W\} = 30 \cdot 20$ $\underline{W = 600\,J}$

2B $v = 20\,m \cdot s^{-1}$ $P = 10000\,W$ $t = 120\,s$

$W = \square\,J$ $F = \square\,N$

$W = P \cdot t$ $\{W\} = 10000 \cdot 120$ $W = 1\,200\,000\,W$

$\underline{W = 1{,}2\,W}$

$P = F \cdot v \;/:v$ $F = \frac{P}{v}$ $\{F\} = \frac{10\,000}{20} =$ $\underline{F = 500\,N}$

3B $P_0 = 25\,000\,W$ $t = 600\,s$ $W = 12\,MJ = 12 \cdot 10^6\,J$

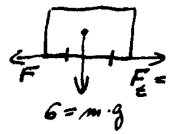
$P = \square\,W$ $\eta = \square$

$P = \frac{W}{t}$ $\{P\} = \frac{12 \cdot 10^6}{600}$ $\underline{P = 20\,000\,W}$

$\eta = \frac{P}{P_0}$ $\eta = \frac{20\,000}{25\,000}$ $\underline{\eta = 0{,}8 = 80\,\%}$

4. $m = 400\,kg$ $s = 20\,m$ $f = 0{,}15$ $g = 10\,m \cdot s^{-2}$

$W = \square\,J$



SÍLA F musí být stejně velká jako F_t

$F = F_t = m \cdot g \cdot f$

$W = F \cdot s$

$W = mgfs$

$\{W\} = 400 \cdot 10 \cdot 0{,}15 \cdot 20$

$W = 12\,000\,J = \underline{12\,kJ}$

5. $m = 6\,kg$ $s = 2\,m$ $W = \square$ $a = 0{,}5\,m \cdot s^{-2}$

a) rovnoměrný pohyb – překonáváme pouze tíhu

$W = F \cdot s = mgs$ $\{W\} = 6 \cdot 9{,}8 \cdot 2$

$\underline{W = 118\,J}$

b) překonáváme tíhu + setrvačnou sílu

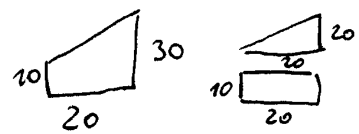
$W = F \cdot s = m(g+a) \cdot s$

$\{W\} = 6 \cdot (9{,}8 + 0{,}5) \cdot 2$

$\underline{W = 124\,J}$

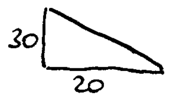
6. Práce je číselně rovna ploše pod grafem v Fs diagramu. (pozor na osách musí být základní jednotky – v tomto příkladu náhodou jsou)

a)



$W = (200 + \frac{400}{2})\,J = \underline{400\,J}$

b) $W = (\frac{600}{2})\,J = \underline{300\,J}$



7.

$v = 20\ m \cdot s^{-1}$ $\quad F = 2{,}7 \cdot 10^4$ $\quad s = 10\ km$

$= 10\,000\ m$

$P = \boxed{}\ W$ $\quad W = \boxed{}\ J$

$P = F \cdot v \qquad \{P\} = 2{,}7 \cdot 10^4 \cdot 20 \qquad \underline{\underline{P}} = 540\,000\ W = \underline{\underline{0{,}54\ MW}}$

$W = F \cdot s \qquad \{W\} = 2{,}7 \cdot 10^4 \cdot 10^4 \qquad W = 2{,}7 \cdot 10^8\ J$

$\underline{= 270\ MJ}$

8.

$P_0 = 12\,000\ W$ $\quad m = 550\ kg$ $\quad s = 30\ m$

$t = 15\ s$ $\quad \eta = \boxed{}$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = \frac{mgs}{t}$$

$$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{\frac{mgs}{t}}{P_0} = \frac{mgs}{t \cdot P_0}$$

$$\eta = \frac{550 \cdot 9{,}8 \cdot 30}{15 \cdot 12\,000} = 0{,}90 \qquad \underline{\eta = 90\,\%}$$

MECHANICKÁ ENERGIE – cvičení 7

1A $v_V = 15\,m\cdot s^{-1}$ $\quad v_C = 5\,m\cdot s^{-1}$ $\quad m = 60\,kg$

$E_k = \square\ J$

a) $v = v_V + v_C = 20\,m\cdot s^{-1}$

$E_k = \frac{m\cdot v^2}{2}$ $\quad \{E_k\} = \frac{60\cdot 20^2}{2}$ $= E_k = 12\,000\,J = 12\,kJ$

b) $v = v_V - v_C = 10\,m\cdot s^{-1}$

opět můžeme počítat přes vzorec. Můžeme také využít pěknou myšlenku: RYCHLOST SE OPROTI PŘÍKLADU a) ZMENŠILA 2 KRÁT, E_k SE MUSÍ ZMENŠIT 4 KRÁT

$12\,kJ : 4 = \underline{3\,kJ}$

2A $m = 0{,}4\,kg$ $\quad v = 10\,m\cdot s^{-1}$ $\quad h = 20\,m$

a) $E_k = \frac{m\,v^2}{2}$ $\quad \{E_k\} = \frac{0{,}4\cdot 10^2}{2}$ $\quad E_k = 20\,J$

b) $E_p = mgh$ $\quad \{E_p\} = 0{,}4\cdot 10\cdot 20$ $\quad E_p = 80\,J$

c) $E = E_k + E_p$ $\quad E = 100\,J$

3A $h_0 = 80\,m$ $\quad h = \square\ m$ $\quad E_p = E_k$

(1.) úvaha: Ve výšce h_0 bude mít těleso potenciální energii E_{p0} a $E_k = 0\,J$. Když klesne do poloviční výšky, ztratí polovinu své potenciální energie a ta se přemění na energii kinetickou.

Ve výšce $\frac{h_0}{2}$ bude $E_p' = \frac{E_p}{2} \wedge E_k' = \frac{E_p}{2}$

tzn $E_p' = E_k'$

$\underline{h = 40\,m}$

(2.) řešení pro milovníky algebraických úprav

Těleso padá z výšky h_0 a za dobu t urazí dráhu $\frac{1}{2}gt^2 = \frac{gt^2}{2}$. Jeho výška bude $h_0 - \frac{gt^2}{2}$

Rychlost tělesa za t sekund bude $v = gt$

Hledáme kdy $E_p = E_k \Rightarrow mgh = \frac{mv^2}{2}$

$$\cancel{m}\cdot g\left(h_0 - \frac{gt^2}{2}\right) = \frac{\cancel{m}\cdot g^2\cdot t^2}{2} \quad /:m$$

Vyjádříme z rovnice čas kdy tato situace nastane.

$$g\left(h_0 - \frac{gt^2}{2}\right) = \frac{g^2t^2}{2}$$

$$gh_0 - \frac{g^2t^2}{2} = \frac{g^2t^2}{2}$$

$$gh_0 = \frac{g^2t^2}{2} + \frac{g^2t^2}{2}$$

$$gh_0 = g^2t^2 \quad /:g$$

$$h_0 = gt^2 \quad /:g$$

$$\frac{h_0}{g} = t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{h_0}{g}}$$

V čase $t = \sqrt{\frac{h_0}{g}}$ urazí těleso dráhu $\frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g\left(\sqrt{\frac{h_0}{g}}\right)^2$

$$= \frac{1}{2}g\frac{h_0}{g} = \frac{h_0}{2}$$

Těleso bylo ve výšce h, urazilo dráhu $\frac{h_0}{2}$, teď je ve výšce $h - \frac{h_0}{2} = \underline{\frac{h_0}{2}}$ $\quad h = \frac{40}{2} = \underline{20\,m}$

1B $v_L = 6{,}5\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ $v_{\check{r}} = 1{,}5\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ $m = 80\,\mathrm{kg}$

$E_k = \square\ \mathrm{J}$

a) $v = (6{,}5 + 1{,}5)\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} = 8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

$E_k = \dfrac{m v^2}{2}$ $\{E_k\} = \dfrac{80 \cdot 64}{2}$ $E_k = 2560\ \mathrm{J}$

b) $v = (6{,}5 - 1{,}5)\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} = 5\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

$\{E_k\} = \dfrac{80 \cdot 25}{2}$ $E_k = 1000\ \mathrm{J}$

2B $m = 0{,}5\,\mathrm{kg}$ $v = 20\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ $h = 20\,\mathrm{m}$

a) $E_k = \dfrac{m \cdot v^2}{2}$ $\{E_k\} = \dfrac{0{,}5 \cdot 400}{2}$ $E_k = 100\ \mathrm{J}$

b) $E_p = mgh$ $\{E_p\} = 0{,}5 \cdot 10 \cdot 20$ $E_p = 100\ \mathrm{J}$

c) $E = E_p + E_k = 100\ \mathrm{J} + 100\ \mathrm{J} = 200\ \mathrm{J}$

3B totéž co **3A**

7. $m = 2\,\mathrm{kg}$ $h_1 = 10\,\mathrm{m}$ $h_2 = 15\,\mathrm{m}$

$v_1 = 16\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ $v_2 = 20\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

$\Delta h = 5\,\mathrm{m}$ $\Delta v = 4\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

$W = \Delta E = \Delta E_p + \Delta E_k$

$$\Delta E_p = mg h_2 - mg h_1 = mg(h_2 - h_1)$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{m}{2}(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Delta E = mg(h_2 - h_1) + \frac{m}{2}(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\{\Delta E\} = 2 \cdot 9{,}8\,(15 - 10) + \frac{2}{2}(400 - 256)$$

$\Delta E = 242\ \mathrm{J} = W$

Motor letadla vykonal práci 240 J

5. $m_1 = 250\,\mathrm{kg}$ $v_1 = 2{,}4\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

$m_2 = 500\,\mathrm{kg}$ $v_2 = 1{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

PLATÍ ZÁKON ZACHOVÁNÍ HYBNOSTI

a) $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v$

$\boxed{1}\rightarrow$ $\boxed{2}\rightarrow$ $\boxed{1|2}\rightarrow$

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{250 \cdot 2{,}4 + 500 \cdot 1{,}8}{750} = 2\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

PŘED SRÁŽKOU

$E_{k1} = \dfrac{m_1 v_1^2}{2}$ $\{E_{k1}\} = \dfrac{250 \cdot 2{,}4^2}{2}$ $E_{k1} = 720\ \mathrm{J}$

$E_{k2} = \dfrac{m_2 v_2^2}{2}$ $\{E_{k2}\} = \dfrac{500 \cdot 1{,}8^2}{2}$ $E_{k2} = 810\ \mathrm{J}$

$E_k = 720\ \mathrm{J} + 810\ \mathrm{J} = 1530\ \mathrm{J}$

PO SRÁŽCE

$$E_k' = \frac{(m_1 + m_2) \cdot v^2}{2} = \frac{(250 + 500) \cdot 2^2}{2} = 1500\ \mathrm{J}$$

$\Delta E_k = 1530\ \mathrm{J} - 1500\ \mathrm{J} = \underline{30\ \mathrm{J}}$

b) $m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$

$v = \dfrac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}$ $v = -0{,}4\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

$\{E_k'\} = \dfrac{750 \cdot 0{,}4^2}{2}$ $E_k' = 60\ \mathrm{J}$

$\Delta E_k = (1530 - 60)\ \mathrm{J}$

$\Delta E_k = \underline{1470\ \mathrm{J}}$

$\boxed{7}$ $m_2 = 3{,}6\,kg$ $\quad l = 2{,}5\,m$ $\quad m_1 = 0{,}02\,kg$ $\quad \varphi = 35°$

$v_1 = \square \ m\cdot s^{-1}$ $\qquad$ OZN ① střela ② kostka

I) ZÁKON ZACHOVÁNÍ HYBNOSTI.

před nárazem se střela pohybuje rychlostí v_1 a kostka je v klidu, po zachycení střely v kostce se kostka se střelou pohybují rychlostí v

$$m_1 v_1 + \underbrace{m_2 v_2}_{=0 \text{ protože kostka je v klidu}} = (m_1 + m_2)\cdot v$$

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2)\cdot v$$

$$v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

E_k kostky se střelou se přemění na E_p

$$\frac{m v^2}{2} = m g h$$

$$\frac{(m_1 + m_2)\cdot v^2}{2} = \cancel{mg}(m_1 + m_2)\cdot g \cdot h \quad /\cdot 2$$

$$(m_1 + m_2)\cdot v^2 = 2\,(m_1 + m_2)\cdot g \cdot h$$

$$(m_1 + m_2)\cdot\left(\frac{m_1\cdot v_1}{m_1 + m_2}\right)^2 = 2\,(m_1 + m_2)\cdot g\cdot h \quad /:(m_1 + m_2)$$

$$\frac{m_1^2\cdot v_1^2}{(m_1 + m_2)^2} = 2 g h \quad /\cdot (m_1 + m_2)^2$$

$$m_1^2\cdot v_1^2 = 2\,(m_1 + m_2)^2\, g\cdot h \quad /: m_1^2$$

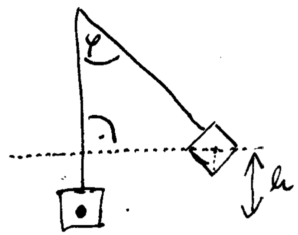
$$v_1^2 = \frac{2\,(m_1 + m_2)^2\cdot g\cdot h}{m_1^2}$$

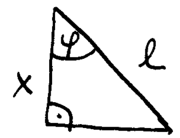
$$v_1 = \sqrt{\frac{2\,(m_1 + m_2)^2\cdot g\cdot h}{m_1^2}}$$

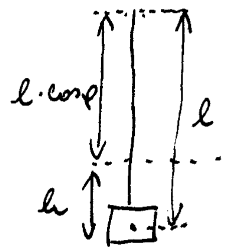
$$v_1 = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)^2}{m_1^2}\, 2\cdot g\, h}$$

$$v_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1}\cdot\sqrt{2 g h} \quad ⊛$$

NYNÍ JEŠTĚ ZBÝVÁ VYJÁDŘIT VÝŠKU h POMOCÍ ZNÁMÝCH VELIČIN.







$$\cos\varphi = \frac{x}{l}$$

$$x = l\cdot\cos\varphi$$

$$h = l - l\cos\varphi$$

$$h = l\,(1 - \cos\varphi)$$

Dosadíme do ⊛

$$v_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1}\cdot\sqrt{2 g\, l\,(1 - \cos\varphi)}$$

$$\{v_1\} = \frac{0{,}02 + 3{,}6}{0{,}02}\cdot\sqrt{2\cdot 9{,}8\cdot 2{,}5\cdot(1 - \cos 35°)}$$

$$v_1 \doteq 540\ m\cdot s^{-1}$$