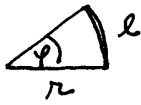


# KINEMATIKA KŘIVOČARÉHO POHYBU

Základní vztahy, které je třeba znát



$$\varphi (\text{rad}) = \frac{l}{r}$$

$$180^\circ \hat{=} \pi \text{ rad}$$

$$360^\circ \hat{=} 2\pi \text{ rad}$$

úhlová rychlost  $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$   $[\omega] = \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$  nebo  $\text{s}^{-1}$

dostředivé zrychlení  $a_d = \frac{v^2}{r}$



zrychlení  $\vec{a}$  nerovnoměrného křivočaré pohybu lze rozložit do dvou složek

$\vec{a}_n$  - udává jak se mění směr rychlosti

$\vec{a}_t$  - udává jak se mění velikost rychlosti

perioda  $T$  - doba jedné otáčky

frekvence  $f$  - počet otáček za sekundu

$$T = \frac{1}{f} \quad f = \frac{1}{T}$$

dále je dobré si umět rychle odvodit tyto vztahy

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (\text{HB se otočí o } 1 \text{ otáčku } \hat{=} 2\pi \text{ rad a trvá mu to } T \text{ sekund})$$

$$\omega = 2\pi f \quad (\text{za } 1 \text{ sekundu udělá HB } f \text{ otáček tím opiše úhel } 2\pi f)$$

$$\omega = \frac{2\pi f}{1} = 2\pi f$$

OBVODOVÁ RYCHLOST

$$v = \frac{2\pi r}{T} \quad (\text{za } T \text{ sekund udělá HB kružnici vřazící HB jeden obvod křemice tím. } 2\pi r)$$

$$v = 2\pi r f \quad (\text{za } 1 \text{ sekundu vřazí } f \text{ obvodů } v = \frac{2\pi r f}{1} = 2\pi r f)$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \omega r$$

$$\boxed{v = \omega r}$$

$$a_d = \frac{v^2}{r} = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r$$

## Úlohy

První dvě úlohy řešte ve skupinách A a B.

### Skupina A

1. Míč byl vržen rychlostí  $25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  a při tom byl uveden do otáčivého pohybu úhlovou rychlostí  $5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ . O jaký úhel se míč otočí za dobu, za kterou urazí dráhu 2 m? [0,4 rad]
2. Hmotný bod koná rovnoměrný pohyb po kružnici o poloměru 0,35 m s frekvencí 2,5 Hz. Vypočtete a) velikost rychlosti hmotného bodu, b) periodu pohybu, c) velikost zrychlení hmotného bodu. [a)  $5,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ; b) 0,4 s; c)  $86 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ]
3. Kolo o průměru 16 cm se otáčí s frekvencí 15 Hz a pomocí řemenového převodu pohání kolo o průměru 40 cm. Určete rychlost pohybu řemene a frekvenci otáček poháněného kola. [7,5 m · s<sup>-1</sup>, 6 Hz]
4. Úhlová rychlost rotace Země je  $7,29 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ , poloměr Země je přibližně 6 400 km. Vypočtete dostředivé zrychlení bodů na povrchu Země a) na rovníku, b) na 60° severní zeměpisné šířky.

### Skupina B

1. Disk letí rychlostí  $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  a při tom se otáčí s frekvencí 5 Hz. Jakou dráhu urazí disk během jedné otočky? [4 m]
  2. Hmotný bod se pohybuje po kružnici o poloměru 1,5 m rychlostí o stálé velikosti  $12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Vypočtete a) úhlovou rychlost pohybu, b) frekvenci pohybu, c) velikost zrychlení hmotného bodu. [a)  $8,0 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ; b) 1,3 Hz; c)  $96 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ]
5. Předpokládejte, že se Země pohybuje kolem Slunce rovnoměrným pohybem po kružnici o poloměru 149,6 milionu kilometrů. Vypočtete velikost rychlosti Země a velikost jejího zrychlení. [29,8 km · s<sup>-1</sup>,  $5,9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ]
6. Kolo traktoru má poloměr 0,6 m. Jakou úhlovou rychlostí se otáčí kolo, jede-li traktor rychlostí  $9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ? [15 rad · s<sup>-1</sup>]
  7. Hmotný bod se pohybuje rovnoměrným pohybem po kružnici. Jak se změní rychlost bodu a jeho zrychlení, vzroste-li úhlová rychlost pohybu na dvojnásobek? [rychlost se zvětší dvakrát, zrychlení čtyřikrát]
  8. Automobil projíždí zatáčkou tvaru části kružnice o poloměru 100 m. Jakou největší rychlostí smí řidič jet, nemá-li dostředivé zrychlení automobilu překročit hodnotu  $4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ? [20 m · s<sup>-1</sup>]

1A)  $v = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$   
 $\omega = 5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$   
 $r = 2 \text{ m}$   
 $\varphi = \square \text{ rad}$

VZTAHY:  $\omega = \frac{\varphi}{t}$       $v = \frac{r}{t}$

za jak dlouho uletí míč 2 m?

za  $t = \frac{r}{v}$

O jaký úhel se míč otočí?

$\varphi = \omega t = \omega \cdot \frac{r}{v} = \frac{\omega r}{v}$

$\varphi = \frac{\omega r}{v}$       $\{\varphi\} = \frac{5 \cdot 2}{25}$       $\varphi = 0,4 \text{ rad}$

Míč se otočí o 0,4 radiánů

1B)  $v = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$   
 $f = 5 \text{ Hz}$   
 $r (\text{otačka}) = \square \text{ m}$

VZTAHY  $v = \frac{r}{T}$       $T = \frac{1}{f}$   
 Disk se otočí 5x za sekundu, doba 1 otáčky  $\frac{1}{5} \text{ s}$ .

Obecní doba 1 otáčky  $T = \frac{1}{f}$

Draha, kterou urazí disk během jedné otáčky

$r = v \cdot T = v \cdot \frac{1}{f} = \frac{v}{f}$

$r = \frac{v}{f}$       $\{r\} = \frac{20}{5} = 4$       $r = 4 \text{ m}$

Disk během jedné otáčky urazí 4 m

2A)  $f = 2,5 \text{ Hz}$   
 $r = 0,35 \text{ m}$   
 $v = \square \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$   
 $T = \square \text{ s}$   
 $a_d = \square \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

a)  $v = 2\pi r f$   
 $\{v\} = 2\pi \cdot 0,35 \cdot 2,5$   
 $v = 5,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

b)  $T = \frac{1}{f}$       $\{T\} = \frac{1}{2,5}$       $T = 0,4 \text{ s}$

c)  $a_d = \frac{v^2}{r} = \frac{(2\pi r f)^2}{r} = \frac{4\pi^2 r^2 f^2}{r} = 4\pi^2 r f^2$  ← obecní řešení

$\{a_d\} = 4\pi^2 \cdot 0,35 \cdot 2,5^2$       $a_d = 86 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

nebo též možno vypočítat

$a_d = \frac{v^2}{r}$       $\{a_d\} = \frac{5,5^2}{0,35}$       $a_d = 86 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

(2B)  $r = 1,5 \text{ m}$   
 $v = 12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$   
 $\omega = \square \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$   
 $f = \square \text{ Hz}$   
 $a_d = \square \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

c)  $a_d = \frac{v^2}{r} \quad \{a_d\} = \frac{12^2}{1,5}$

$a_d = 96 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

b)  $v = 2\pi r f \quad /: 2\pi r$

$f = \frac{v}{2\pi r} \quad \{f\} = \frac{12}{2\pi \cdot 1,5} \quad f \doteq 1,3 \text{ Hz}$

a)  $v = \omega r \quad /: r$

$\omega = \frac{v}{r} \quad \{\omega\} = \frac{12}{1,5}$

$\omega = 8 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

(3)  $r_1 = 0,108 \text{ m} \quad f_1 = 15 \text{ Hz} \quad v = \square \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$   
 $r_2 = 0,12 \text{ m} \quad f_2 = \square \text{ Hz}$

kola jsou spojena řemenem, jejich obvodová rychlost bude stejná

$v_1 = v_2$

$2\pi r_1 f_1 = 2\pi r_2 f_2 \quad /: 2\pi$

$r_1 f_1 = r_2 f_2$

$f_2 = \frac{r_1 f_1}{r_2}$

$\{f\} = \frac{0,108 \cdot 15}{0,12} \quad f = 6 \text{ Hz}$

$v = 2\pi r_1 f_1 \quad \{v\} = 2\pi \cdot 0,108 \cdot 15$

$v = 7,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

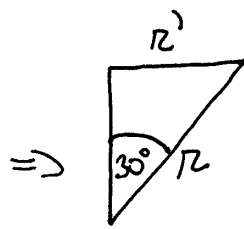
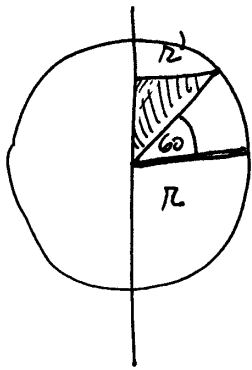
(4)  $\omega = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$   
 $r = 6400 \text{ km} = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$   
 $a_d (\text{roumík}) = \square \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$   
 $a_d (60^\circ) = \square \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

a)  $a_d = \frac{v^2}{r} = \frac{\omega^2 r^2}{r} = \omega r$

$a_d = \omega^2 r \quad \{a_d\} = (7,29 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 6,4 \cdot 10^6$

$a_d = 0,034 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

④ kolo ktorej je na  $60^\circ$  SZŠ se otáčí po menší kružnici



$$\sin 30^\circ = \frac{R'}{R}$$

$$R' = R \cdot \sin 30^\circ$$

$$a_d(60^\circ) = \omega^2 \cdot R' = \omega^2 \cdot R \cdot \sin 30^\circ$$

$$\{a_d(60^\circ)\} = (7,29 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 6,4 \cdot 10^6 \cdot \sin 30^\circ$$

$$a_d = 0,017 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

⑤  $R = 149,6 \cdot 10^6 \text{ km} = 149,6 \cdot 10^9 \text{ m}$

$$T = 1 \text{ rok} = (365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60) \text{ s} = 31,5 \cdot 10^6 \text{ s}$$

$$v = \square \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$a_d = \square \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$v = \frac{2\pi R}{T} \quad \{v\} = \frac{2\pi \cdot 149,6 \cdot 10^9}{31,5 \cdot 10^6}$$

$$a_d = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2}{R} = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2 R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

$$\{a_d\} = \frac{4\pi^2 \cdot 149,6 \cdot 10^9}{(31,5 \cdot 10^6)^2} = \underline{\underline{a_d = 5,9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}}$$

země se pohybuje kolem slunce rychlostí  $\approx 30\,000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$   
a se zrychluje  $5,9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

⑥  $R = 0,6 \text{ m}$

$$v = 9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\omega = \square \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \omega R$$

$$\{\omega\} = \frac{9}{0,6}$$

$$v = \omega R$$

$$\omega = \frac{v}{R}$$

$$\omega = 15 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

- těž možno uvažovat takto: - obvod kola  $\sigma = 2\pi R \approx 3,77 \text{ m}$   
- za 1 sekundu kolo urazí 9 m a otočí se o  $\frac{9}{3,77}$  otáčky = 2,39 otáčky  
- 2,39 otáčky  $\hat{=}$   $\varphi = 2\pi \cdot 2,39 = 15 \text{ rad}$ .  
- za 1 sekundu se otočí o 15 radiánů tedy  $\omega = 15 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

(7.) Úhloví zrychlení, poloměr a obvodovou rychlost popisuje vztah  $a_d = \omega^2 r$

tzn. pokud pohyb popisujeme úhlovou rychlostí a poloměrem, pak platí, že  $a_d \sim r \wedge a_d \sim \omega^2$

zvětší-li se  $\omega$  2krát,  $a_d$  se zvětší  $2^2$  krát tzn 4x

Ze vztahu  $v = \omega r$  vidíme že obvodová rychlost je přímoúměrná úhloví rychlosti ( $v \sim \omega$ )

zvětší-li se  $\omega$  2krát,  $v$  se také zvětší 2x

○: Rychlost se zvětší 2x, zrychlení se zvětší 4x

(8.)

$$r = 100 \text{ m}$$

$$a_d = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$v = \square \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$a_d = \frac{v^2}{r} \quad | \cdot r$$

$$a_d \cdot r = v^2$$

$$v = \sqrt{a_d \cdot r}$$

$$v = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\{v\} = \sqrt{4 \cdot 100}$$

Rychlost automobilu by neměla překročit  $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

=

Radost při řešení fyzikálních úloh přije

Bjork

